

## BÀI TẬP PHẦN RÚT GỌN

### **Bài 1 :**

1) Đơn giản biểu thức :  $P = \sqrt{14+6\sqrt{5}} + \sqrt{14-6\sqrt{5}}$ .

2) Cho biểu thức :  $Q = \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn biểu thức Q.
- b) Tìm x để  $|Q| > -Q$ .
- c) Tìm số nguyên x để Q có giá trị nguyên.

### **Hướng dẫn :**

1.  $P = 6$

2. a) ĐKXD :  $x > 0 ; x \neq 1$ . Biểu thức rút gọn :  $Q = \frac{2}{x-1}$ .

b)  $|Q| > -Q \Leftrightarrow x > 1$ .

c)  $x = \{2;3\}$  thì  $Q \in \mathbb{Z}$

### **Bài 2 :** Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{x}{\sqrt{x}-x}$

a) Rút gọn biểu thức sau P.

b) Tính giá trị của biểu thức P khi  $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

### **Hướng dẫn :**

a) ĐKXD :  $x > 0 ; x \neq 1$ . Biểu thức rút gọn :  $P = \frac{x+1}{1-x}$ .

b) Với  $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$  thì  $P = -3 - 2\sqrt{2}$ .

### **Bài 3 :** Cho biểu thức : $A = \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$

a) Rút gọn biểu thức sau A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = \frac{1}{4}$

c) Tìm x để  $A < 0$ .

d) Tìm x để  $|A| = A$ .

### **Hướng dẫn :**

a) ĐKXD :  $x \geq 0, x \neq 1$ . Biểu thức rút gọn :  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ .

b) Với  $x = \frac{1}{4}$  thì  $A = -1$ .

c) Với  $0 \leq x < 1$  thì  $A < 0$ .

d) Với  $x > 1$  thì  $|A| = A$ .

### **Bài 4 :** Cho biểu thức : $A = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{1}{\sqrt{a}+3} \right) \left( 1 - \frac{3}{\sqrt{a}} \right)$

a) Rút gọn biểu thức sau A.

b) Xác định a để biểu thức  $A > \frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn :**

a) ĐKXD :  $a > 0$  và  $a \neq 9$ . Biểu thức rút gọn :  $A = \frac{2}{\sqrt{a}+3}$ .

b) Với  $0 < a < 1$  thì biểu thức  $A > \frac{1}{2}$ .

**Bài 5 :** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2003}{x}$ .

1) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức có nghĩa.

2) Rút gọn A.

3) Với  $x \in \mathbb{Z}$  ? để  $A \in \mathbb{Z}$  ?

**Hướng dẫn :**

a) ĐKXD :  $x \neq 0$  ;  $x \neq \pm 1$ .

b) Biểu thức rút gọn :  $A = \frac{x+2003}{x}$  với  $x \neq 0$  ;  $x \neq \pm 1$ .

c)  $x = -2003$  ;  $2003$  thì  $A \in \mathbb{Z}$ .

**Bài 6 :** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}$ .

a) Rút gọn A.

b) Tìm x để  $A < 0$ .

c) Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên.

**Hướng dẫn :**

a) ĐKXD :  $x > 0$  ;  $x \neq 1$ . Biểu thức rút gọn :  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ .

b) Với  $0 < x < 1$  thì  $A < 0$ .

c)  $x = \{4,9\}$  thì  $A \in \mathbb{Z}$ .

**Bài 7 :** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh rằng:  $0 < A < 2$ .

**Hướng dẫn :**

a) ĐKXD :  $x > 0$  ;  $x \neq 1$ . Biểu thức rút gọn :  $A = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$

b) Ta xét hai trường hợp :

+)  $A > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} > 0$  luôn đúng với  $x > 0$  ;  $x \neq 1$  (1)

+)  $A < 2 \Leftrightarrow \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} < 2 \Leftrightarrow 2(x+\sqrt{x}+1) > 2 \Leftrightarrow x+\sqrt{x} > 0$  đúng vì theo gt thì  $x > 0$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $0 < A < 2$  (đpcm).

**Bài 8 :** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} + \frac{4\sqrt{a}-4}{4-a}$  ( $a \geq 0$  ;  $a \neq 4$ )

- a) Rút gọn P.  
b) Tính giá trị của P với  $a = 9$ .

**Hướng dẫn :**

a) ĐKXĐ :  $a \geq 0, a \neq 4$ . Biểu thức rút gọn :  $P = \frac{4}{\sqrt{a}-2}$

b) Ta thấy  $a = 9 \in \text{ĐKXĐ}$ . Suy ra  $P = 4$

**Bài 9 :** Cho biểu thức:  $N = \left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$

- 1) Rút gọn biểu thức N.  
2) Tìm giá trị của a để  $N = -2004$ .

**Hướng dẫn :**

a) ĐKXĐ :  $a \geq 0, a \neq 1$ . Biểu thức rút gọn :  $N = 1 - a$ .

b) Ta thấy  $a = -2004 \in \text{ĐKXĐ}$ . Suy ra  $N = 2005$ .

**Bài 10 :** Cho biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$

- a. Rút gọn P.  
b. Tính giá trị của P khi  $x = 7 - 4\sqrt{3}$   
c. Với giá trị nào của x thì P đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó.

**Hướng dẫn :**

a) ĐKXĐ :  $x \geq 0, x \neq 1$ . Biểu thức rút gọn :  $P = \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 3}$

b) Ta thấy  $x = 7 - 4\sqrt{3} \in \text{ĐKXĐ}$ . Suy ra  $P = \frac{103 + 3\sqrt{3}}{22}$

c)  $P_{\min} = 4$  khi  $x = 4$ .

**Bài 11 :** Cho biểu thức  $P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{3x + 3}{x - 9}\right) : \left(\frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3} - 1\right)$

- a. Rút gọn P.      b. Tìm x để  $P < -\frac{1}{2}$       c. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

**Hướng dẫn :**

a) ĐKXĐ :  $x \geq 0, x \neq 9$ . Biểu thức rút gọn :  $P = \frac{-3}{\sqrt{x} + 3}$

b. Với  $0 \leq x < 9$  thì  $P < -\frac{1}{2}$

c.  $P_{\min} = -1$  khi  $x = 0$

**Bài 12 :** Cho  $A = \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} + 4\sqrt{a}\right) \cdot \left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$  với  $x > 0, x \neq 1$

- a. Rút gọn A

b. Tính A với  $a = (4 + \sqrt{15}) \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{4 - \sqrt{15}})$

(KQ:  $A = 4a$ )

**Bài 13:** Cho  $A = \left( \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9} - 1 \right) : \left( \frac{9 - x}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 9, x \neq 4$ .

- Rút gọn A.
- $x = ?$  Thì  $A < 1$ .
- Tìm  $x \in Z$  để  $A \in Z$

(KQ:  $A = \frac{3}{\sqrt{x} - 2}$ )

**Bài 14:** Cho  $A = \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

- Rút gọn A.
- Tìm GTLN của A.
- Tìm x để  $A = \frac{1}{2}$

d. CMR:  $A \leq \frac{2}{3}$ . (KQ:  $A = \frac{2 - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$ )

**Bài 15:** Cho  $A = \frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{1 - \sqrt{x}}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A.

b. Tìm GTLN của A. (KQ:  $A = \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}$ )

**Bài 16:** Cho  $A = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{3}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{x - \sqrt{x} + 1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A.

b. CMR:  $0 \leq A \leq 1$  (KQ:  $A = \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1}$ )

**Bài 17:** Cho  $A = \left( \frac{x - 5\sqrt{x}}{x - 25} - 1 \right) : \left( \frac{25 - x}{x + 2\sqrt{x} - 15} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} - 3} \right)$

- Rút gọn A.
- Tìm  $x \in Z$  để  $A \in Z$

(KQ:  $A = \frac{5}{\sqrt{x} + 3}$ )

**Bài 18:** Cho  $A = \frac{2\sqrt{a} - 9}{a - 5\sqrt{a} + 6} - \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} - \frac{2\sqrt{a} + 1}{3 - \sqrt{a}}$  với  $a \geq 0, a \neq 9, a \neq 4$ .

- Rút gọn A.
- Tìm a để  $A < 1$

c. Tìm  $a \in Z$  để  $A \in Z$  (KQ:  $A = \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 3}$ )

**Bài 19:** Cho  $A = \left( \frac{x - \sqrt{x} + 7}{x - 4} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \left( \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2\sqrt{x}}{x - 4} \right)$  với  $x > 0, x \neq 4$ .

a. Rút gọn A.

b. So sánh A với  $\frac{1}{A}$  (KQ:  $A = \frac{x+9}{6\sqrt{x}}$ )

**Bài 20:** Cho  $A = \left( \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x} \right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$  với  $x \geq 0, y \geq 0, x \neq y$

a. Rút gọn A.

b. CMR :  $A \geq 0$  (KQ:  $A = \frac{\sqrt{xy}}{x - \sqrt{xy} + y}$ )

**Bài 21:** Cho  $A = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right)$  Với  $x > 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A.

b. Tìm x để  $A = 6$  (KQ:  $A = \frac{2(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}$ )

**Bài 22:** Cho  $A = \left( \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)$  với  $x > 0, x \neq 4$ .

a. Rút gọn A

b. Tính A với  $x = 6 - 2\sqrt{5}$  (KQ:  $A = 1 - \sqrt{x}$ )

**Bài 23:** Cho  $A = \left( \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A

b. Tính A với  $x = 6 - 2\sqrt{5}$  (KQ:  $A = \frac{3}{2\sqrt{x}}$ )

**Bài 24:** Cho  $A = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A.

b. Tìm  $x \in Z$  để  $A \in Z$  (KQ:  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ )

**Bài 25:** Cho  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A.

b. Tìm  $x \in Z$  để  $A \in Z$

c. Tìm x để A đạt GTNN. (KQ:  $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ )

**Bài 26:** Cho  $A = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 9$

a. Rút gọn A.

b. Tìm x để  $A < -\frac{1}{2}$

$$(KQ: A = \frac{-3}{\sqrt{a}+3})$$

**Bài 27 :** Cho  $A = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{8\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-x-3}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A

b. Tính A với  $x = 6 - 2\sqrt{5}$  (KQ:  $A = \frac{4\sqrt{x}}{x+4}$ )

c. CMR :  $A \leq 1$

**Bài 28 :** Cho  $A = \left( \frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A (KQ:  $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ )

b. So sánh A với 1

**Bài 29 :** Cho  $A = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left( 1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$  Với  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{9}$

a. Rút gọn A.

b. Tìm x để  $A = \frac{6}{5}$

c. Tìm x để  $A < 1$ .

$$(KQ: A = \frac{x+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-1})$$

**Bài 30 :** Cho  $A = \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x^2-2x+1}{2}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A.

b. CMR nếu  $0 < x < 1$  thì  $A > 0$

c. Tính A khi  $x = 3 + 2\sqrt{2}$

d. Tìm GTLN của A (KQ:  $A = \sqrt{x}(1-\sqrt{x})$ )

**Bài 31 :** Cho  $A = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A.

b. CMR nếu  $x \geq 0, x \neq 1$  thì  $A > 0$ , (KQ:  $A = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ )

**Bài 32 :** Cho  $A = \left( 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x-1} \right) : \frac{x-2\sqrt{x}}{x-1}$  với  $x > 0, x \neq 1, x \neq 4$ .

a. Rút gọn

b. Tìm x để  $A = \frac{1}{2}$

**Bài 33 :** Cho  $A = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-2\sqrt{x}-3}{x-1} \right) : \left( \frac{x+3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a. Rút gọn A.

b. Tính A khi  $x = 0,36$

c. Tìm  $x \in Z$  để  $A \in Z$

**Bài 34 :** Cho  $A = \left( 1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 9, x \neq 4$ .

a. Rút gọn A.

b. Tìm  $x \in Z$  để  $A \in Z$

c. Tìm x để  $A < 0$  (KQ:  $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ )

## BÀI TẬP PHÂN HÀM SỐ BẬC NHẤT

**Bài 1 :**

- 1) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm (1 ; 2) và (-1 ; -4).
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng trên với trục tung và trục hoành.

**Hướng dẫn :**

1) Gọi pt đường thẳng cần tìm có dạng :  $y = ax + b$ .

Do đường thẳng đi qua hai điểm (1 ; 2) và (-1 ; -4) ta có hệ pt : 
$$\begin{cases} 2 = a + b \\ -4 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy pt đường thẳng cần tìm là  $y = 3x - 1$

2) Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 ; Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $\frac{1}{3}$ .

**Bài 2 :** Cho hàm số  $y = (m - 2)x + m + 3$ .

- 1) Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến.
- 2) Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
- 3) Tìm m để đồ thị của hàm số trên và các đồ thị của các hàm số  $y = -x + 2$  ;  $y = 2x - 1$  đồng quy.

**Hướng dẫn :**

1) Hàm số  $y = (m - 2)x + m + 3 \Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$ .

2) Do đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3. Suy ra :  $x = 3 ; y = 0$

Thay  $x = 3 ; y = 0$  vào hàm số  $y = (m - 2)x + m + 3$ , ta được  $m = \frac{3}{4}$ .

3) Giao điểm của hai đồ thị  $y = -x + 2$  ;  $y = 2x - 1$  là nghiệm của hệ pt : 
$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow (x;y) = (1;1)$ .

Để 3 đồ thị  $y = (m - 2)x + m + 3$ ,  $y = -x + 2$  và  $y = 2x - 1$  đồng quy cần :

$(x;y) = (1;1)$  là nghiệm của pt :  $y = (m - 2)x + m + 3$ .

Với  $(x;y) = (1;1) \Rightarrow m = \frac{-1}{2}$

**Bài 3 :** Cho hàm số  $y = (m - 1)x + m + 3$ .

- 1) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đồ thị hàm số  $y = -2x + 1$ .

- 2) Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số đi qua điểm  $(1; -4)$ .  
 3) Tìm điểm cố định mà đồ thị của hàm số luôn đi qua với mọi  $m$ .

**Hướng dẫn :**

- 1) Để hai đồ thị của hàm số song song với nhau cần :  $m - 1 = -2 \Leftrightarrow m = -1$ .  
 Vậy với  $m = -1$  đồ thị của hàm số song song với đồ thị hàm số  $y = -2x + 1$ .  
 2) Thay  $(x;y) = (1; -4)$  vào pt :  $y = (m - 1)x + m + 3$ . Ta được :  $m = -3$ .  
 Vậy với  $m = -3$  thì đồ thị của hàm số đi qua điểm  $(1; -4)$ .  
 3) Gọi điểm cố định mà đồ thị luôn đi qua là  $M(x_0; y_0)$ . Ta có

$$y_0 = (m - 1)x_0 + m + 3 \Leftrightarrow (x_0 - 1)m - x_0 - y_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 2 \end{cases}$$

Vậy với mọi  $m$  thì đồ thị luôn đi qua điểm cố định  $(1; 2)$ .

**Bài 4 :** Cho hai điểm  $A(1; 1)$ ,  $B(2; -1)$ .

- 1) Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .  
 2) Tìm các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$  song song với đường thẳng  $AB$  đồng thời đi qua điểm  $C(0; 2)$ .

**Hướng dẫn :**

- 1) Gọi pt đường thẳng  $AB$  có dạng :  $y = ax + b$ .

Do đường thẳng đi qua hai điểm  $(1; 1)$  và  $(2; -1)$  ta có hệ pt :  $\begin{cases} 1 = a + b \\ -1 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases}$

Vậy pt đường thẳng cần tìm là  $y = -2x + 3$ .

- 2) Để đường thẳng  $y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$  song song với đường thẳng  $AB$  đồng thời đi qua điểm  $C(0; 2)$  ta cần :  $\begin{cases} m^2 - 3m = -2 \\ m^2 - 2m + 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$ .

Vậy  $m = 2$  thì đường thẳng  $y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$  song song với đường thẳng  $AB$  đồng thời đi qua điểm  $C(0; 2)$

**Bài 5 :** Cho hàm số  $y = (2m - 1)x + m - 3$ .

- 1) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số đi qua điểm  $(2; 5)$   
 2) Chứng minh rằng đồ thị của hàm số luôn đi qua một điểm cố định với mọi  $m$ . Tìm điểm cố định ấy.  
 3) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x = \sqrt{2} - 1$ .

**Hướng dẫn :**

- 1)  $m = 2$ .

- 2) Gọi điểm cố định mà đồ thị luôn đi qua là  $M(x_0; y_0)$ . Ta có

$$y_0 = (2m - 1)x_0 + m - 3 \Leftrightarrow (2x_0 + 1)m - x_0 - y_0 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{-1}{2} \\ y_0 = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

Vậy với mọi  $m$  thì đồ thị luôn đi qua điểm cố định  $(\frac{-1}{2}; \frac{-5}{2})$ .

**Bài 6 :** Tìm giá trị của  $k$  để các đường thẳng sau :



$$y = \frac{6-x}{4}; y = \frac{4x-5}{3} \text{ và } y = kx + k + 1 \text{ cắt nhau tại một điểm.}$$

**Bài 7 :** Giả sử đường thẳng (d) có phương trình  $y = ax + b$ . Xác định a, b để (d) đi qua hai điểm A(1; 3) và B(-3; -1).

**Bài 8 :** Cho hàm số :  $y = x + m$  (D).

Tìm các giá trị của m để đường thẳng (D) :

1) Đi qua điểm A(1; 2003).

2) Song song với đường thẳng  $x - y + 3 = 0$ .

## **Chủ đề : PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN .**

### **A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ :**

1. Phương trình bậc nhất :  $ax + b = 0$ .

#### **Phương pháp giải :**

+ Nếu  $a \neq 0$  phương trình có nghiệm duy nhất :  $x = \frac{-a}{b}$ .

+ Nếu  $a = 0$  và  $b \neq 0 \Rightarrow$  phương trình vô nghiệm.

+ Nếu  $a = 0$  và  $b = 0 \Rightarrow$  phương trình có vô số nghiệm.

2. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

#### **Phương pháp giải :**

Sử dụng một trong các cách sau :

+) Phương pháp thế : Từ một trong hai phương trình rút ra một ẩn theo ẩn kia , thế vào phương trình thứ 2 ta được phương trình bậc nhất 1 ẩn.

+) Phương pháp cộng đại số :

- Quy đồng hệ số một ẩn nào đó (làm cho một ẩn nào đó của hệ có hệ số bằng nhau hoặc đối nhau).

- Trừ hoặc cộng vế với vế để khử ẩn đó.

- Giải ra một ẩn, suy ra ẩn thứ hai.

### **B. Ví dụ minh họa :**

**Ví dụ 1** : Giải các phương trình sau đây :

a)  $\frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+2} = 2$       ĐS : ĐKXĐ :  $x \neq 1 ; x \neq -2$ .  $S = \{ 4 \}$ .

b)  $\frac{2x^3 - 1}{x^3 + x + 1} = 2$

Giải : ĐKXĐ :  $x^3 + x + 1 \neq 0$ . (\*)

Khi đó :  $\frac{2x^3 - 1}{x^3 + x + 1} = 2 \Leftrightarrow 2x^3 - 1 = 2(x^3 + x + 1) \Leftrightarrow x = \frac{-3}{2}$

Với  $\Leftrightarrow x = \frac{-3}{2}$  thay vào (\*) ta có  $(\frac{-3}{2})^3 + \frac{-3}{2} + 1 \neq 0$

Vậy  $x = \frac{-3}{2}$  là nghiệm.

**Ví dụ 2** : Giải và biện luận phương trình theo m :

$$(m - 2)x + m^2 - 4 = 0 \quad (1)$$

+ Nếu  $m \neq 2$  thì (1)  $\Leftrightarrow x = -(m + 2)$ .

+ Nếu  $m = 2$  thì (1) vô nghiệm.

**Ví dụ 3** : Tìm  $m \in \mathbb{Z}$  để phương trình sau đây có nghiệm nguyên .

$$(2m - 3)x + 2m^2 + m - 2 = 0.$$

**Giải** :

Ta có : với  $m \in \mathbb{Z}$  thì  $2m - 3 \neq 0$  , vậy phương trình có nghiệm :  $x = -(m + 2) - \frac{4}{2m - 3}$ .

để pt có nghiệm nguyên thì  $4 : 2m - 3$  .

Giải ra ta được  $m = 2, m = 1$ .

**Ví dụ 3** : Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình :  $7x + 4y = 23$ .

**Giải** :

a) Ta có :  $7x + 4y = 23 \Leftrightarrow y = \frac{23 - 7x}{4} = 6 - 2x + \frac{x - 1}{4}$

Vì  $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x - 1 : 4$ .

Giải ra ta được  $x = 1$  và  $y = 4$ .

### **BÀI TẬP PHẦN HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

**Bài 1** : Giải hệ phương trình:

a)  $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -3x + 4y = 2 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + 4y = 6 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5 + y = 4x \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} 2x + 4 = 0 \\ 4x + 2y = -3 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{5}{x+y} = 2 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{x+y} = 1,7 \end{cases}$

**Bài 2** : Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = 1 \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình theo tham số  $m$ .

2) Gọi nghiệm của hệ phương trình là  $(x, y)$ . Tìm các giá trị của  $m$  để  $x + y = -1$ .

3) Tìm đẳng thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  không phụ thuộc vào  $m$ .

### **Hướng dẫn** :

**Bài 3** : Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y = 3 - m \\ 2x + y = 3(m + 2) \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình khi thay  $m = -1$ .

2) Gọi nghiệm của hệ phương trình là  $(x, y)$ . Tìm  $m$  để  $x^2 + y^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 4** : Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} (a - 1)x + y = a \\ x + (a - 1)y = 2 \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất là } (x; y).$$

1) Tìm đẳng thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  không phụ thuộc vào  $a$ .

2) Tìm các giá trị của  $a$  thỏa mãn  $6x^2 - 17y = 5$ .

3) Tìm các giá trị nguyên của  $a$  để biểu thức  $\frac{2x - 5y}{x + y}$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 5 :** Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax + y = 2 \end{cases} \quad (1)$$

- 1) Giải hệ (1) khi  $a = 2$ .
- 2) Với giá trị nào của  $a$  thì hệ có nghiệm duy nhất.

**Bài 6 :** Xác định các hệ số  $m$  và  $n$ , biết rằng hệ phương trình  $\begin{cases} mx - y = n \\ nx + my = 1 \end{cases}$  có nghiệm là  $(-1; \sqrt{3})$ .

**Bài 7 :** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} (a+1)x + y = 4 \\ ax + y = 2a \end{cases}$  ( $a$  là tham số).

- 1) Giải hệ khi  $a = 1$ .
- 2) Chứng minh rằng với mọi  $a$  hệ luôn có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thoả mãn  $x + y \geq 2$ .

**Bài 8 (trang 22):** Cho hệ phương trình :  $\begin{cases} x - (m+3)y = 0 \\ (m-2)x + 4y = m-1 \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

- a) Giải hệ khi  $m = -1$ .
- b) Giải và biện luận pt theo  $m$ .

**Bài 9 : (trang 24):** Cho hệ phương trình :  $\begin{cases} x - my = 0 \\ mx - 4y = m+1 \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

- a) Giải hệ khi  $m = -1$ .
- b) Tìm giá trị nguyên của  $m$  để hệ có hai nghiệm nguyên.
- c) Xác định mọi hệ có nghiệm  $x > 0, y > 0$ .

**Bài 10 (trang 23):** Một ô tô và một xe đạp chuyển động đi từ 2 đầu một đoạn đường sau 3 giờ thì gặp nhau. Nếu đi cùng chiều và xuất phát tại một điểm thì sau 1 giờ hai xe cách nhau 28 km. Tính vận tốc của mỗi xe.

**HD :** Vận tốc xe đạp : 12 km/h . Vận tốc ô tô : 40 km/h.

**Bài 11 : (trang 24):** Một ô tô đi từ A dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B lúc 2 giờ chiều. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B lúc 11 giờ trưa. Tính độ quãng đường AB và thời điểm xuất phát tại A.

**Đáp số :** AB = 350 km, xuất phát tại A lúc 4 giờ sáng.

**Bài 12 : (trang 24):** Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể nước cạn, sau  $4\frac{4}{5}$  giờ thì đầy bể.

Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất, sau 9 giờ mở vòi thứ hai thì sau  $\frac{6}{5}$  giờ nữa mới đầy bể . Nếu một mình vòi thứ hai chảy bao lâu sẽ đầy bể.

**Đáp số :** 8 giờ.

**Bài 13 : (trang 24):** Biết rằng  $m$  gam kg nước giảm  $t^{\circ}\text{C}$  thì tỏa nhiệt lượng  $Q = mt$  (kcal). Hỏi phải dùng bao nhiêu lít  $100^{\circ}\text{C}$  và bao nhiêu lít  $20^{\circ}\text{C}$  để được hỗn hợp 10 lít  $40^{\circ}\text{C}$ .

Hướng dẫn :

Ta có hệ pt :  $\begin{cases} x + y = 10 \\ 100x + 20y = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,5 \\ y = 7,5 \end{cases}$

Vậy cần 2,5 lít nước sôi và 75 lít nước  $20^{\circ}\text{C}$ .

**Bài 14** : Khi thêm 200g axit vào dung dịch axit thì dung dịch mới có nồng độ 50%. Lại thêm 300g nước vào dung dịch mới được dung dịch axit có nồng độ 40%. Tính nồng độ axit trong dung dịch ban đầu.

Hướng dẫn :Gọi x khối axit ban đầu, y là khối lượng dung dịch ban đầu.

$$\text{Theo bài ra ta có hệ pt : } \begin{cases} \frac{(x+200)}{y+200} \cdot 100\% = 50\% \\ \frac{(x+200)}{y+500} \cdot 100\% = 40\% \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 1000 \end{cases}$$

Vậy nồng độ phần trăm của dung dịch axit ban đầu là 40%.

## PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI ĐỊNH LÝ VIET VÀ ỨNG DỤNG

### **A.Kiến thức cần ghi nhớ**

1. Để biện luận sự có nghiệm của phương trình :  $ax^2 + bx + c = 0$  (1) trong đó a,b ,c phụ thuộc tham số m,ta xét 2 trường hợp

a) Nếu  $a= 0$  khi đó ta tìm được một vài giá trị nào đó của m ,thay giá trị đó vào (1).Phương trình (1) trở thành phương trình bậc nhất nên có thể : - Có một nghiệm duy nhất

- hoặc vô nghiệm
- hoặc vô số nghiệm

b)Nếu  $a \neq 0$

Lập biệt số  $\Delta = b^2 - 4ac$  hoặc  $\Delta' = b'^2 - ac$

\*  $\Delta < 0$  ( $\Delta' < 0$ ) thì phương trình (1) vô nghiệm

\*  $\Delta = 0$  ( $\Delta' = 0$ ) : phương trình (1) có nghiệm kép  $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$   
(hoặc  $x_{1,2} = -\frac{b'}{a}$ )

\*  $\Delta > 0$  ( $\Delta' > 0$ ) : phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} ; x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{(hoặc } x_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} ; x_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} \text{)}$$

### **2. Định lý Viet.**

Nếu  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) thì

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ p = x_1x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Đảo lại: Nếu có hai số  $x_1, x_2$  mà  $x_1 + x_2 = S$  và  $x_1x_2 = p$  thì hai số đó là nghiệm (nếu có) của phương trình bậc 2:

$$x^2 - Sx + p = 0$$

### **3. Dấu của nghiệm số của phương trình bậc hai.**

Cho phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) . Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình .Ta có các kết quả sau:

$$x_1 \text{ và } x_2 \text{ trái dấu ( } x_1 < 0 < x_2 \text{ ) } \Leftrightarrow p = x_1x_2 < 0$$

$$\text{Hai nghiệm cùng dương ( } x_1 > 0 \text{ và } x_2 > 0 \text{ )} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ p > 0 \\ S > 0 \end{cases}$$

$$\text{Hai nghiệm cùng âm ( } x_1 < 0 \text{ và } x_2 < 0 \text{ )} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ p > 0 \\ S < 0 \end{cases}$$

$$\text{Một nghiệm bằng 0 và 1 nghiệm dương ( } x_2 > x_1 = 0 \text{ )} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ p = 0 \\ S > 0 \end{cases}$$

$$\text{Một nghiệm bằng 0 và 1 nghiệm âm ( } x_1 < x_2 = 0 \text{ )} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ p = 0 \\ S < 0 \end{cases}$$

#### 4. Vài bài toán ứng dụng định lý Viét

##### a) Tính nhẩm nghiệm.

Xét phương trình bậc hai:  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )

- Nếu  $a + b + c = 0$  thì phương trình có hai nghiệm  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = \frac{c}{a}$
- Nếu  $a - b + c = 0$  thì phương trình có hai nghiệm  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -\frac{c}{a}$
- Nếu  $x_1 + x_2 = m + n$ ,  $x_1 x_2 = mn$  và  $\Delta \geq 0$  thì phương trình có nghiệm  $x_1 = m$ ,  $x_2 = n$  hoặc  $x_1 = n$ ,  $x_2 = m$

##### b) Lập phương trình bậc hai khi biết hai nghiệm $x_1, x_2$ của nó

*Cách làm* : - Lập tổng  $S = x_1 + x_2$

- Lập tích  $p = x_1 x_2$

- Phương trình cần tìm là :  $x^2 - Sx + p = 0$

##### c) Tìm điều kiện của tham số để phương trình bậc 2 có nghiệm $x_1, x_2$ thỏa mãn điều kiện cho trước. (Các điều kiện cho trước thường gặp và cách biến đổi):

$$*) x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = S^2 - 2p$$

$$*) (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = S^2 - 4p$$

$$*) x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = S^3 - 3Sp$$

$$*) x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2$$

$$*) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{S}{p}$$

$$*) \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{S^2 - 2p}{p}$$

$$*) (x_1 - a)(x_2 - a) = x_1 x_2 - a(x_1 + x_2) + a^2 = p - aS + a^2$$

$$*) \frac{1}{x_1 - a} + \frac{1}{x_2 - a} = \frac{x_1 + x_2 - 2a}{(x_1 - a)(x_2 - a)} = \frac{S - 2a}{p - aS + a^2}$$

(*Chú ý* : các giá trị của tham số rút ra từ điều kiện cho trước phải thỏa mãn điều kiện  $\Delta \geq 0$ )

##### d) Tìm điều kiện của tham số để phương trình bậc hai có một nghiệm $x = x_1$ cho trước. Tìm nghiệm thứ 2

*Cách giải*:

- Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm  $x = x_1$  cho trước có hai cách làm

+) **Cách 1:** - Lập điều kiện để phương trình bậc 2 đã cho có 2 nghiệm:

$$\Delta \geq 0 \text{ (hoặc } \Delta' \geq 0) \quad (*)$$

- Thay  $x = x_1$  vào phương trình đã cho, tìm được giá trị của tham số

- Đối chiếu giá trị vừa tìm được của tham số với điều kiện(\*) để kết luận

+) **Cách 2:** - Không cần lập điều kiện  $\Delta \geq 0$  (hoặc  $\Delta' \geq 0$ ) mà ta thay luôn

$x = x_1$  vào phương trình đã cho, tìm được giá trị của tham số

- Sau đó thay giá trị tìm được của tham số vào phương trình và giải phương trình

**Chú ý:** Nếu sau khi thay giá trị của tham số vào phương trình đã cho mà phương trình bậc hai này có  $\Delta < 0$  thì kết luận không có giá trị nào của tham số để phương trình có nghiệm  $x_1$  cho trước.

- Để tìm nghiệm thứ 2 ta có 3 cách làm

+) **Cách 1:** Thay giá trị của tham số tìm được vào phương trình rồi giải phương trình (như cách 2 trình bày ở trên)

+) **Cách 2:** Thay giá trị của tham số tìm được vào công thức tổng 2 nghiệm sẽ tìm được nghiệm thứ 2

+) **Cách 3:** thay giá trị của tham số tìm được vào công thức tích hai nghiệm, từ đó tìm được nghiệm thứ 2

## **B. BÀI TẬP ÁP DỤNG**

**Bài 1:** Giải và biện luận phương trình:  $x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 10 = 0$

**Giải.**

Ta có  $\Delta' = (m + 1)^2 - 2m + 10 = m^2 - 9$

+ Nếu  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m < -3$  hoặc  $m > 3$ . Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = m + 1 - \sqrt{m^2 - 9} \quad x_2 = m + 1 + \sqrt{m^2 - 9}$$

+ Nếu  $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3$

- Với  $m = 3$  thì phương trình có nghiệm là  $x_{1,2} = 4$

- Với  $m = -3$  thì phương trình có nghiệm là  $x_{1,2} = -2$

+ Nếu  $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$  thì phương trình vô nghiệm

Kết luận:

- Với  $m = 3$  thì phương trình có nghiệm  $x = 4$
- Với  $m = -3$  thì phương trình có nghiệm  $x = -2$
- Với  $m < -3$  hoặc  $m > 3$  thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = m + 1 - \sqrt{m^2 - 9} \quad x_2 = m + 1 + \sqrt{m^2 - 9}$$

- Với  $-3 < m < 3$  thì phương trình vô nghiệm

**Bài 2:** Giải và biện luận phương trình:  $(m - 3)x^2 - 2mx + m - 6 = 0$

**Hướng dẫn**

- Nếu  $m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$  thì phương trình đã cho có dạng

$$-6x - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

\* Nếu  $m - 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$ . Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có biệt số  $\Delta' = m^2 - (m - 3)(m - 6) = 9m - 18$

- Nếu  $\Delta' = 0 \Leftrightarrow 9m - 18 = 0 \Leftrightarrow m = 2$  .phương trình có nghiệm kép

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = \frac{2}{2-3} = -2$$

- Nếu  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 2$  .Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_{1,2} = \frac{m \pm 3\sqrt{m-2}}{m-3}$$

- Nếu  $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < 2$  .Phương trình vô nghiệm

Kết luận:

Với  $m = 3$  phương trình có nghiệm  $x = -\frac{1}{2}$

Với  $m = 2$  phương trình có nghiệm  $x_1 = x_2 = -2$

Với  $m > 2$  và  $m \neq 3$  phương trình có nghiệm  $x_{1,2} = \frac{m \pm 3\sqrt{m-2}}{m-3}$

Với  $m < 2$  phương trình vô nghiệm

**Bài 3:** Giải các phương trình sau bằng cách nhẩm nhanh nhất

a)  $2x^2 + 2007x - 2009 = 0$

b)  $17x^2 + 221x + 204 = 0$

c)  $x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{5})x - \sqrt{15} = 0$

d)  $x^2 - (3 - 2\sqrt{7})x - 6\sqrt{7} = 0$

**Giải**

a)  $2x^2 + 2007x - 2009 = 0$  có  $a + b + c = 2 + 2007 + (-2009) = 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2009}{2}$

b)  $17x^2 + 221x + 204 = 0$  có  $a - b + c = 17 - 221 + 204 = 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = -1,$

$$x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{204}{17} = -12$$

c)  $x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{5})x - \sqrt{15} = 0$  có:  $ac = -\sqrt{15} < 0.$

Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  .áp dụng hệ thức Viet ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -(\sqrt{3} - \sqrt{5}) = -\sqrt{3} + \sqrt{5} \\ x_1 x_2 = -\sqrt{15} = (-\sqrt{3})\sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm là  $x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = \sqrt{5}$

(hoặc  $x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{3}$ )

d)  $x^2 - (3 - 2\sqrt{7})x - 6\sqrt{7} = 0$  có :  $ac = -6\sqrt{7} < 0$

Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  .áp dụng hệ thức Viet ,ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - 2\sqrt{7} \\ x_1 x_2 = -6\sqrt{7} = 3(-2\sqrt{7}) \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm  $x_1 = 3, x_2 = -2\sqrt{7}$

**Bài 4 :** Giải các phương trình sau bằng cách nhẩm nhanh nhất (m là tham số)

a)  $x^2 + (3m - 5)x - 3m + 4 = 0$

b)  $(m - 3)x^2 - (m + 1)x - 2m + 2 = 0$

Hướng dẫn :

a)  $x^2 + (3m - 5)x - 3m + 4 = 0$  có  $a + b + c = 1 + 3m - 5 - 3m + 4 = 0$

Suy ra :  $x_1 = 2$

Hoặc  $x_2 = \frac{m+1}{3}$

b)  $(m-3)x^2 - (m+1)x - 2m + 2 = 0$  (\*)

\*  $m-3=0 \Leftrightarrow m=3$  (\*) trở thành  $-4x-4=0 \Leftrightarrow x=-1$

\*  $m-3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$  (\*)  $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{2m-2}{m-3} \end{cases}$

**Bài 5:** Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình :  $x^2 - 3x - 7 = 0$

a) Tính:

$A = x_1^2 + x_2^2$

$B = |x_1 - x_2|$

$C = \frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1}$

$D = (3x_1 + x_2)(3x_2 + x_1)$

b) lập phương trình bậc 2 có các nghiệm là  $\frac{1}{x_1-1}$  và  $\frac{1}{x_2-1}$

**Giải :**

Phương trình bậc hai  $x^2 - 3x - 7 = 0$  có tích  $ac = -7 < 0$ , suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

Theo hệ thức Viét ,ta có :  $S = x_1 + x_2 = 3$  và  $p = x_1x_2 = -7$

a)Ta có

$+ A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2p = 9 - 2(-7) = 23$

$+ (x_1 - x_2)^2 = S^2 - 4p \Rightarrow B = |x_1 - x_2| = \sqrt{S^2 - 4p} = \sqrt{37}$

$+ C = \frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} = \frac{(x_1 + x_2) - 2}{(x_1-1)(x_2-1)} = \frac{S-2}{p-S+1} = -\frac{1}{9}$

$+ D = (3x_1 + x_2)(3x_2 + x_1) = 9x_1x_2 + 3(x_1^2 + x_2^2) + x_1x_2$   
 $= 10x_1x_2 + 3(x_1^2 + x_2^2)$   
 $= 10p + 3(S^2 - 2p) = 3S^2 + 4p = -1$

b)Ta có :

$S = \frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} = -\frac{1}{9}$  (theo câu a)

$p = \frac{1}{(x_1-1)(x_2-1)} = \frac{1}{p-S+1} = -\frac{1}{9}$

Vậy  $\frac{1}{x_1-1}$  và  $\frac{1}{x_2-1}$  là nghiệm của phương trình :

$X^2 - SX + p = 0 \Leftrightarrow X^2 + \frac{1}{9}X - \frac{1}{9} = 0 \Leftrightarrow 9X^2 + X - 1 = 0$

**Bài 6 :** Cho phương trình :

$x^2 - (k-1)x - k^2 + k - 2 = 0$  (1) (k là tham số)

1. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của k

2. Tìm những giá trị của k để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt trái dấu

3. Gọi  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình (1). Tìm k để :  $x_1^3 + x_2^3 > 0$

**Giải.**



1. Phương trình (1) là phương trình bậc hai có:

$$\Delta = (k-1)^2 - 4(-k^2 + k - 2) = 5k^2 - 6k + 9 = 5\left(k^2 - \frac{6}{5}k + \frac{9}{5}\right)$$

$$= 5\left(k^2 - 2 \cdot \frac{3}{5}k + \frac{9}{25} + \frac{36}{25}\right) = 5\left(k - \frac{3}{5}\right) + \frac{36}{5} > 0 \text{ với mọi giá trị của } k. \text{ Vậy phương trình}$$

(1) luôn có hai nghiệm phân biệt

2. Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu  $\Leftrightarrow p < 0$

$$\Leftrightarrow -k^2 + k - 2 < 0 \Leftrightarrow -\left(k^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}k + \frac{1}{4} + \frac{7}{4}\right) < 0$$

$$\Leftrightarrow -\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4} < 0 \text{ luôn đúng với mọi } k. \text{ Vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu}$$

với mọi k

3. Ta có  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$

Vì phương trình có nghiệm với mọi k. Theo hệ thức viết ta có

$$x_1 + x_2 = k - 1 \text{ và } x_1x_2 = -k^2 + k - 2$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x_1^3 + x_2^3 &= (k-1)^3 - 3(-k^2 + k - 2)(k-1) \\ &= (k-1)[(k-1)^2 - 3(-k^2 + k - 2)] \\ &= (k-1)(4k^2 - 5k + 7) \\ &= (k-1)\left[\left(2k - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{87}{16}\right] \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } x_1^3 + x_2^3 > 0 \Leftrightarrow (k-1)\left[\left(2k - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{87}{16}\right] > 0$$

$$\Leftrightarrow k - 1 > 0 \quad (\text{vì } \left(2k - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{87}{16} > 0 \text{ với mọi } k)$$

$$\Leftrightarrow k > 1$$

Vậy  $k > 1$  là giá trị cần tìm

### **Bài 7:**

Cho phương trình:  $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$  (1) (m là tham số)

1. Giải phương trình (1) với  $m = -5$

2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm  $x_1, x_2$  phân biệt với mọi m

3. Tìm m để  $|x_1 - x_2|$  đạt giá trị nhỏ nhất ( $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1) nói trong phần 2.)

### **Giải**

1. Với  $m = -5$  phương trình (1) trở thành  $x^2 + 8x - 9 = 0$  và có 2 nghiệm là  $x_1 = 1, x_2 = -9$

2. Có  $\Delta' = (m+1)^2 - (m-4) = m^2 + 2m + 1 - m + 4 = m^2 + m + 5$

$$= m^2 + 2m \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{19}{4} = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4} > 0 \text{ với mọi } m$$

Vậy phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

3. Vì phương trình có nghiệm với mọi m, theo hệ thức Viét ta có:

$$x_1 + x_2 = 2(m+1) \text{ và } x_1x_2 = m - 4$$

$$\text{Ta có } (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4(m+1)^2 - 4(m-4)$$

$$= 4m^2 + 4m + 20 = 4(m^2 + m + 5) = 4\left[\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4}\right]$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = 2\sqrt{\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4}} \geq 2\sqrt{\frac{19}{4}} = \sqrt{19} \text{ khi } m + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Vậy  $|x_1 - x_2|$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $\sqrt{19}$  khi  $m = -\frac{1}{2}$

**Bài 8 :** Cho phương trình  $(m + 2)x^2 + (1 - 2m)x + m - 3 = 0$  ( $m$  là tham số)

- 1) Giải phương trình khi  $m = -\frac{9}{2}$
- 2) Chứng minh rằng phương trình đã cho có nghiệm với mọi  $m$
- 3) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  sao cho phương trình có hai nghiệm phân biệt và nghiệm này gấp ba lần nghiệm kia.

**Giải:**

1) Thay  $m = -\frac{9}{2}$  vào phương trình đã cho và thu gọn ta được

$$5x^2 - 20x + 15 = 0$$

phương trình có hai nghiệm  $x_1 = 1, x_2 = 3$

2) + Nếu:  $m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$  khi đó phương trình đã cho trở thành;

$$5x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

+ Nếu:  $m + 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -2$ . Khi đó phương trình đã cho là phương trình bậc hai có biệt số

$$\Delta = (1 - 2m)^2 - 4(m + 2)(m - 3) = 1 - 4m + 4m^2 - 4(m^2 - m - 6) = 25 > 0$$

Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{2m - 1 + 5}{2(m + 2)} = \frac{2m + 4}{2m + 4} = 1 \quad x_2 = \frac{2m - 1 - 5}{2(m + 2)} = \frac{2(m - 3)}{2(m + 2)} = \frac{m - 3}{m + 2}$$

Tóm lại phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi  $m$

3) Theo câu 2 ta có  $m \neq -2$  thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt. Để nghiệm này gấp 3 lần nghiệm kia ta xét 2 trường hợp

**Trường hợp 1:**  $3x_1 = x_2 \Leftrightarrow 3 = \frac{m - 3}{m + 2}$  giải ra ta được  $m = -\frac{9}{2}$  (đã giải ở câu 1)

**Trường hợp 2:**  $x_1 = 3x_2 \Leftrightarrow 1 = 3 \cdot \frac{m - 3}{m + 2} \Leftrightarrow m + 2 = 3m - 9 \Leftrightarrow m = \frac{11}{2}$  (thỏa mãn điều kiện  $m \neq -2$ )

Kiểm tra lại: Thay  $m = \frac{11}{2}$  vào phương trình đã cho ta được phương trình:

$$15x^2 - 20x + 5 = 0 \text{ phương trình này có hai nghiệm}$$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \text{ (thỏa mãn đầu bài)}$$

**Bài 9:** Cho phương trình:  $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$  (1) với  $m$  là tham số.

1. Biện luận theo  $m$  sự có nghiệm của phương trình (1)
2. Tìm  $m$  để (1) có 2 nghiệm trái dấu.
3. Tìm  $m$  để (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm thứ hai.

**Giải**

1. + Nếu  $m = 0$  thay vào (1) ta có:  $4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} + \text{ Nếu } m \neq 0. \text{ Lập biệt số } \Delta' &= (m - 2)^2 - m(m - 3) \\ &= m^2 - 4m + 4 - m^2 + 3m \\ &= -m + 4 \end{aligned}$$

$\Delta' < 0 \Leftrightarrow -m + 4 < 0 \Leftrightarrow m > 4$ : (1) vô nghiệm

$\Delta' = 0 \Leftrightarrow -m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4$ : (1) có nghiệm kép

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = \frac{m - 2}{m} = \frac{4 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

$\Delta' > 0 \Leftrightarrow -m + 4 > 0 \Leftrightarrow m < 4$ : (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{m-2-\sqrt{-m+4}}{m} \quad ; \quad x_2 = \frac{m-2+\sqrt{-m+4}}{m}$$

Vậy :  $m > 4$  : phương trình (1) vô nghiệm

$m = 4$  : phương trình (1) Có nghiệm kép  $x = \frac{1}{2}$

$0 \neq m < 4$  : phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{m-2-\sqrt{-m+4}}{m} \quad ; \quad x_2 = \frac{m-2+\sqrt{-m+4}}{m}$$

$m = 0$  : Phương trình (1) có nghiệm đơn  $x = \frac{3}{4}$

$$2. (1) \text{ có nghiệm trái dấu } \Leftrightarrow \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow \frac{m-3}{m} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m > 0 \end{cases}$$

Trường hợp  $\begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases}$  không thoả mãn

Trường hợp  $\begin{cases} m < 3 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 3$

3. \*) Cách 1: Lập điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 0 \neq m \leq 4 (*) \text{ (ở câu a đã có)}$$

- Thay  $x = 3$  vào phương trình (1) ta có :

$$9m - 6(m-2) + m - 3 = 0 \Leftrightarrow 4m = -9 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$$

- Đối chiếu với điều kiện (\*), giá trị  $m = -\frac{9}{4}$  thoả mãn

\*) Cách 2: Không cần lập điều kiện  $\Delta' \geq 0$  mà thay  $x = 3$  vào (1) để tìm được  $m = -\frac{9}{4}$ . Sau đó

thay  $m = -\frac{9}{4}$  vào phương trình (1) :

$$-\frac{9}{4}x^2 - 2(-\frac{9}{4} - 2)x - \frac{9}{4} - 3 = 0 \Leftrightarrow -9x^2 + 34x - 21 = 0$$

$$\text{có } \Delta' = 289 - 189 = 100 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{7}{9} \end{cases}$$

Vậy với  $m = -\frac{9}{4}$  thì phương trình (1) có một nghiệm  $x = 3$

\*) Để tìm nghiệm thứ 2, ta có 3 cách làm

**Cách 1:** Thay  $m = -\frac{9}{4}$  vào phương trình đã cho rồi giải phương trình để tìm được  $x_2 = \frac{7}{9}$  (Như phần trên đã làm)

**Cách 2:** Thay  $m = -\frac{9}{4}$  vào công thức tính tổng 2 nghiệm:

$$x_1 + x_2 = \frac{2(m-2)}{m} = \frac{2(-\frac{9}{4}-2)}{-\frac{9}{4}} = \frac{34}{9}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{34}{9} - x_1 = \frac{34}{9} - 3 = \frac{7}{9}$$

**Cách 3:** Thay  $m = -\frac{9}{4}$  vào công thức tính tích hai nghiệm

$$x_1 x_2 = \frac{m-3}{m} = \frac{-\frac{9}{4}-3}{-\frac{9}{4}} = \frac{21}{9} \Rightarrow x_2 = \frac{21}{9} : x_1 = \frac{21}{9} : 3 = \frac{7}{9}$$

**Bài 10:** Cho phương trình:  $x^2 + 2kx + 2 - 5k = 0$  (1) với k là tham số

1. Tìm k để phương trình (1) có nghiệm kép

2. Tìm k để phương trình (1) có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện:  
 $x_1^2 + x_2^2 = 10$

**Giải.**

1. Phương trình (1) có nghiệm kép  $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow k^2 - (2 - 5k) = 0$

$$\Leftrightarrow k^2 + 5k - 2 = 0 \text{ (có } \Delta = 25 + 8 = 33 > 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow k_1 = \frac{-5 - \sqrt{33}}{2}; k_2 = \frac{-5 + \sqrt{33}}{2}$$

Vậy có 2 giá trị  $k_1 = \frac{-5 - \sqrt{33}}{2}$  hoặc  $k_2 = \frac{-5 + \sqrt{33}}{2}$  thì phương trình (1) có nghiệm kép.

2. Có 2 cách giải.

**Cách 1:** Lập điều kiện để phương trình (1) có nghiệm:

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow k^2 + 5k - 2 \geq 0 (*)$$

$$\text{Ta có } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$\text{Theo bài ra ta có } (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

Với điều kiện (\*), áp dụng hệ thức Vi-ét:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -2k$  và  $x_1 x_2 = 2 - 5k$

$$\text{Vậy } (-2k)^2 - 2(2 - 5k) = 10 \Leftrightarrow 2k^2 + 5k - 7 = 0$$

$$\text{(Có } a + b + c = 2 + 5 - 7 = 0 \text{)} \Rightarrow k_1 = 1, k_2 = -\frac{7}{2}$$

Để đối chiếu với điều kiện (\*) ta thay lần lượt  $k_1, k_2$  vào  $\Delta' = k^2 + 5k - 2$

$$+ k_1 = 1 \Rightarrow \Delta' = 1 + 5 - 2 = 4 > 0; \text{ thỏa mãn}$$

$$+ k_2 = -\frac{7}{2} \Rightarrow \Delta' = \frac{49}{4} - \frac{35}{2} - 2 = \frac{49 - 70 - 8}{4} = -\frac{29}{8} \text{ không thỏa mãn}$$

Vậy  $k = 1$  là giá trị cần tìm

**Cách 2:** Không cần lập điều kiện  $\Delta' \geq 0$ . Cách giải là:

Từ điều kiện  $x_1^2 + x_2^2 = 10$  ta tìm được  $k_1 = 1; k_2 = -\frac{7}{2}$  (cách tìm như trên)

Thay lần lượt  $k_1, k_2$  vào phương trình (1)

+ Với  $k_1 = 1$ : (1)  $\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$  có  $x_1 = 1, x_2 = 3$

+ Với  $k_2 = -\frac{7}{2}$  (1)  $\Rightarrow x^2 - 7x + \frac{39}{2} = 0$  (có  $\Delta = 49 - 78 = -29 < 0$ ). Phương trình vô nghiệm

Vậy  $k = 1$  là giá trị cần tìm

## BÀI TẬP PHẦN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

**Bài 1** : Cho phương trình :  $x^2 - 6x + 1 = 0$ , gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính:

1)  $x_1^2 + x_2^2$

2)  $x_1\sqrt{x_1} + x_2\sqrt{x_2}$

3)  $\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2(x_1 + x_2)}{x_1^2(x_1 - 1) + x_2^2(x_2 - 1)}$ .

**Bài 2** : Cho phương trình:  $2x^2 - 5x + 1 = 0$ .

Tính  $x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}$  (với  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình).

**Bài 3** : Cho phương trình bậc hai:

$$x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$$

1) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

2) Tìm giá trị của  $m$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 12$  (trong đó  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình).

**Bài 4** : Cho phương trình:

$$x^2 - 2mx + 2m - 5 = 0.$$

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

2) Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

3) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1$  và  $x_2$ , tìm các giá trị của  $m$  để:

$$x_1^2(1 - x_2^2) + x_2^2(1 - x_1^2) = -8.$$

**Bài 5** : Cho phương trình:

$$x^2 - 2(m + 1)x + 2m - 15 = 0.$$

1) Giải phương trình với  $m = 0$ .

2) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1$  và  $x_2$ . Tìm các giá trị của  $m$  thỏa mãn  $5x_1 + x_2 = 4$ .

**Bài 6** : Cho phương trình:  $x^2 + 4x + 1 = 0$  (1)

1) Giải phương trình (1).

2) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tính  $B = x_1^3 + x_2^3$ .

**Bài 7** : Cho phương trình :  $x^2 - (m + 4)x + 3m + 3 = 0$  ( $m$  là tham số).

a) Xác định  $m$  để phương trình có một nghiệm là bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.

b) Xác định  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 + x_2^3 \geq 0$ .

**Bài 8** : Cho phương trình:

$$(m - 1)x^2 + 2mx + m - 2 = 0 \quad (*)$$

1) Giải phương trình khi  $m = 1$ .

2) Tìm  $m$  để phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt.

**Câu 9.** Cho phương trình  $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$

Xác định  $m$  để phương trình trên có nghiệm thuộc khoảng  $(-1, 0)$

**Câu 10:** Phương trình:  $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$

• Xét  $2m-1=0 \Rightarrow m=1/2$  pt trở thành  $-x+1=0 \Rightarrow x=1$

• Xét  $2m-1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1/2$  khi đó ta có

$\Delta = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$  mọi  $m \Rightarrow$  pt có nghiệm với mọi  $m$   
ta thấy nghiệm  $x=1$  không thuộc  $(-1, 0)$

với  $m \neq 1/2$  pt còn có nghiệm  $x = \frac{m-m+1}{2m-1} = \frac{1}{2m-1}$

pt có nghiệm trong khoảng  $(-1,0) \Rightarrow -1 < \frac{1}{2m-1} < 0$

$$\begin{cases} \frac{1}{2m-1} + 1 > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2m}{2m-1} > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow m < 0$$

Vậy Pt có nghiệm trong khoảng  $(-1,0)$  khi và chỉ khi  $m < 0$

## GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

**Bài 1 :** Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B cách nhau 300 km . Ô tô thứ nhất mỗi giờ chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ . Tính vận tốc mỗi xe ô tô .

**Hướng dẫn :** Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là  $x$  (km/h. ĐK  $x > 0$ ). Ta có :  
Vận tốc của ô tô thứ hai là :  $x - 10$  (km/h).

Do ô tô thứ nhất đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ ta có phương trình :  $\frac{300}{x-10} - \frac{300}{x} = 1$

Giải ra ta được:  $x = -50$  (loại) ;  $x = 60$ .

**Đáp số :** Vận tốc ô tô thứ nhất : 60 km/h

Vận tốc ô tô thứ hai: 50 km/h

**Bài 2 :** Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h. Sau khi đi được  $\frac{2}{3}$  quãng đường với vận tốc đó, vì đường khó đi nên người lái xe phải giảm vận tốc mỗi giờ 10 km trên quãng đường còn lại. Do đó ô tô đến B chậm 30 phút so với dự định. Tính quãng đường AB.

**Hướng dẫn :** Gọi  $x$  là quãng đường AB (Km. ĐK  $x > 0$ ).

Theo giả thiết của bài toán ta có phương trình :  $\frac{2x}{3 \cdot 50} + \frac{x}{3 \cdot 40} = \frac{x}{50} + \frac{1}{2}$ .

Giải ra ta được:  $x = 300$  (tmđk).

Vậy quãng đường AB là : 300km.

**Bài 3 :** Hai vòi nước cùng chảy vào bể thì sau 4 giờ 48 phút thì đầy. Nếu chảy cùng một thời gian như nhau thì lượng nước của vòi II bằng  $\frac{2}{3}$  lượng nước của vòi I chảy được. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể.

**Hướng dẫn :** Gọi  $x, y$  lần lượt là thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể .

Theo bài ra ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \end{cases} \quad \text{Giải ra ta được : } \begin{cases} y = 12 \\ x = 8 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

**Đáp số :** Vòi 1 chảy một mình đầy bể 8 giờ .

Vòi 2 giờ chảy một mình đầy bể mất 12 giờ.

**Bài 4 :** Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định . Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ . Tính quãng

đồng AB và thời gian dự định đi lúc đầu.

**Hướng dẫn :** Gọi quãng đường AB là x (km), thời gian dự định là y(giờ) ĐK :  $x > 0, y > 0$ .

Theo bài ra ta có hệ pt : 
$$\begin{cases} 35(y + 2) = x \\ 50(y - 1) = x \end{cases}$$

suy ra :  $35y + 70 = 50y - 50 \Leftrightarrow y = 8$  (TMĐK)

Thay vào hệ ta được  $x = 350$  (TMĐK).

**Đáp số :** Quãng đường AB : 350 (km).

Thời gian dự định đi : 8 (giờ).

**Bài 5 :** Quãng đường AB dài 180 km. Cùng một lúc hai ô tô khởi hành từ A để đến B. Do vận tốc của ô tô thứ nhất hơn vận tốc của ô tô thứ hai là 15 km/h nên ô tô thứ nhất đến sớm hơn ô tô thứ hai 2h. Tính vận tốc của mỗi ô tô?

**Hướng dẫn :** Gọi x (km) là vận tốc của ô tô thứ 2. ĐK  $x > 0$ .

Theo gt bài toán ta có pt : 
$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x + 15} = 2$$

Giải ra ta được :  $x = 30$  ;  $x = -45$ (loại).

**Đáp số :** Vận tốc ô tô thứ hai : 30 (km/h)

Vận tốc ô tô thứ nhất : 45 (km/h).

**Bài 6 :** Trong một buổi lao động trồng cây, một tổ gồm 13 học sinh (cả nam và nữ) đã trồng được tất cả 80 cây. Biết rằng số cây các bạn nam trồng được và số cây các bạn nữ trồng được là bằng nhau ; mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 3 cây. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của tổ.

**Giải :** Gọi số học sinh nam là x (em) . ĐK : x nguyên dương,  $x \leq 13$ .

Theo gt bài ra ta có pt : 
$$\frac{40}{x} - \frac{40}{13 - x} = 3 \Leftrightarrow 3x^2 - 119x + 520 = 0 \quad (\sqrt{\Delta} = 89)$$

Giải ra ta được :  $x = \frac{119 + 89}{6}$  (loại) ;  $x = 5$  (TMĐK)

**Đáp số :** Số HS nam : 5 (em)

Số HS nữ : 8 em.

**Bài 7 :** Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km. Một ô tô đi từ A đến B, nghỉ 90 phút ở B rồi trở lại từ B về A. Thời gian từ lúc đi đến lúc trở về là 10 giờ. Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính vận tốc lúc đi của ô tô.

**Giải :** Gọi vận tốc lúc đi là x (km/h). ĐK :  $x > 5$ .

Theo gt bài ra ta có pt : 
$$\frac{180}{x} + \frac{3}{2} + \frac{180}{x - 5} = 10 \Leftrightarrow 17x^2 - 805x + 1800 = 0 \quad (\sqrt{\Delta} = 725)$$

Giải ra ta được :  $x = \frac{805 - 725}{34}$  (loại) ;  $x = 45$  (TMĐK).

**Đáp số :** Vận tốc lúc đi : 45 (km/h)

**Bài 8 :** Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km, cùng lúc đó cũng từ A một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nửa trôi tại một địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

**Giải :** Gọi vận tốc thực của ca nô là x (km/h). ĐK  $x > 4$ .

Theo gt bài ra ta có pt : 
$$\frac{24}{x + 4} + \frac{16}{x - 4} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 40x = 0$$

Giải ra ta được :  $x = 0$  (loại) ;  $x = 20$ .

**Đáp số :** Vận tốc thực của ca nô : 20 (km/h)

**Bài 9 :** Khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là 108 km. Hai ô tô cùng khởi hành một lúc đi từ A đến B, mỗi giờ xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai 6 km nên đến B trước xe thứ hai 12 phút. Tính

vận tốc mỗi xe.

**Giải** : Gọi vận tốc của xe thứ hai là  $x$  (km/h). ĐK  $x > 0$ .

Theo gt bài ra ta có pt :  $\frac{108}{x} - \frac{108}{x+6} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x^2 + 6x - 3240 = 0$  ( $\sqrt{\Delta'} = 57$ )

Giải ra ta được :  $x = -60$  (loại) ;  $x = 54$ .

**Đáp số** : Vận tốc xe thứ nhất là : 60 (km/h)

Vận tốc xe thứ hai là : 54 (km/h)

**Bài 11** : Theo kế hoạch, một tổ công nhân phải sản xuất 360 sản phẩm. Đến khi làm việc, do phải điều 3 công nhân đi làm việc khác nên mỗi công nhân còn lại phải làm nhiều hơn dự định 4 sản phẩm. Hỏi lúc đầu tổ có bao nhiêu công nhân? Biết rằng năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau.

**Giải** : Gọi  $x$  là số công nhân lúc đầu ( công nhân). ĐK :  $x$  nguyên dương,  $x > 3$ .

Theo gt bài ra ta có pt :  $\frac{360}{x-3} - \frac{360}{x} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 270 = 0$  ( $\sqrt{\Delta} = 33$ )

Giải ra ta được :  $x = -15$  (loại) ;  $x = 18$ .

**Đáp số** : Số công nhân lúc đầu : 18 ( công nhân)

**Bài 12** : Ba chiếc bình có thể tích tổng cộng 120lít . Nếu đổ đầy nước vào bình thứ nhất rồi đem rót vào hai bình kia thì hoặc bình thứ 3 đầy nước, bình thứ 2 chỉ được 1/2 thể tích của nó, hoặc bình thứ 2 đầy nước thì bình thứ 3 chỉ được 1/3 thể tích của nó. Tìm thể tích của mỗi bình .

**Giải** : Gọi  $x, y, z$  (lít) theo thứ tự là thể tích của ba bình . ĐK :  $x, y, z > 0$ .

$$\text{Theo gt bài ra ta có hpt : } \begin{cases} x + y + z = 120 \\ x = z + \frac{1}{2}y \\ x = y + \frac{1}{3}z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \text{ (TMĐK)} \\ z = 30 \end{cases}$$

**Đáp số** : Bình thứ nhất có thể tích : 50 (lít)

Bình thứ hai có thể tích : 40 (lít)

Bình thứ ba có thể tích : 30 (lít)

**Bài 13** : Hai địa điểm A, B cách nhau 56km. Lúc 6h45' một người đi từ A với vận tốc 10km/h. Sau 2h , một người đi xe đạp từ B tới A với vận tốc 14km/h . Hỏi đến mấy giờ thì họ gặp nhau, chỗ gặp nhau cách A bao nhiêu km

**Giải** : Gọi  $x$  (giờ) là thời gian đi từ A đến C. ĐK :  $x > 0$ .

Theo gt bài ra ta có pt :  $10x + 14(x - 2) = 56$

Giải ra ta được :  $x = 3\frac{1}{2}$  (TMĐK).

**Đáp số** : Gặp nhau lúc : 10h15'.

Cách A : 35 (km).

**Bài 14** : Một ca nô xuôi từ A đến B với vận tốc 30km/h, sau đó ngược từ B trở về A. Thời gian đi xuôi ít hơn thời gian đi ngược là 40'. Tính khoảng cách giữa A và B . Biết vận tốc ca nô không đổi, vận tốc dòng nước là 3km/h.

**Giải** : Gọi  $x$  (km) là quãng đường AB. ĐK :  $x > 0$ .

Theo gt bài ra ta có pt :  $\frac{x}{30} + \frac{2}{3} = \frac{x}{24}$ .

Giải ra ta được :  $x = 80$  (TMĐK)

**Đáp số** : Quãng đường AB : 80 (km).

**Bài 15** : Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 50km. Sau 1h30' một người đi xe máy cũng từ A và đến B sớm hơn một giờ. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng vận tốc xe máy gấp 2.5 lần xe



đáp.

**Giải** : Gọi  $x$  (km/h) là vận tốc người đi xe đạp. ĐK  $x > 0$ .

$$\text{Theo gt bài ra ta có pt : } \frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = \frac{5}{2}$$

Giải ra ta được :  $x = 12$  (TMĐK)

**Đáp số** : Vận tốc người đi xe đạp : 12 (km/h).

Vận tốc người đi xe máy : 30(km/h).

**Bài 16** : Một phòng họp có 360 ghế ngồi được xếp thành từng hàng và số ghế ở mỗi hàng bằng nhau. Nếu số hàng tăng thêm 1 và số ghế ở mỗi hàng tăng thêm 1 thì trong phòng có 400 ghế. Hỏi có bao nhiêu hàng, mỗi hàng có bao nhiêu ghế?

**Giải** : Gọi  $x$  là số dãy ghế của phòng họp. ĐK  $x$  nguyên dương.

$$\text{Theo gt bài ra ta có pt : } (x + 1)\left(\frac{360}{x} + 1\right) = 400 \Leftrightarrow x^2 - 39x - 360 = 0 \quad (\sqrt{\Delta} = 9)$$

Giải ra ta được :  $x = 24$  (TMĐK) ,  $x = 15$  (TMĐK).

**Đáp số** : Có thể xảy ra 2 khả năng.

+ ) KN 1 : Phòng họp có 24 dãy ghế và mỗi dãy có 15 ghế.

+ ) KN 2 : Phòng họp có 15 dãy ghế và mỗi dãy có 24 ghế.

**Bài 17** : Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ 2 làm 6 giờ thì họ làm được 25% công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó trong mấy giờ thì xong?

**Giải** : Gọi  $x, y$  (giờ) lần lượt là thời gian mỗi người làm một mình hoàn thành công việc.

ĐK  $x, y > 0$ .

$$\text{Theo gt bài ra ta có hpt : } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

**Đáp số** : Người thứ nhất hoàn thành công việc trong : 24 giờ.

Người thứ hai hoàn thành công việc trong : 48 giờ.

**Bài 18** : Hai vật chuyển động trên một đường tròn có đường kính 20m , xuất phát cùng một lúc từ cùng một điểm. Nếu chúng chuyển động ngược chiều nhau thì cứ 2 giây lại gặp nhau. Nếu chúng chuyển động cùng chiều nhau thì cứ sau 10 giây lại gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi vật.

**Giải** : Gọi  $x, y$  (m/s) lần lượt là vận tốc của hai vật. ĐK  $x > y > 0$ .

$$\text{Theo gt bài ra ta có hpt : } \begin{cases} 2x + 2y = 62,8 \\ 10x = 62,8 + 10y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18,84 \\ y = 13 \end{cases} \text{ (TMĐK).}$$

**Đáp số** : Vận tốc của hai vật lần lượt là : 18,84 (km/h) ; 13 (km/h).

**Bài 19** : Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai tổ 1 vượt 15%. tổ 2 vượt 20%. Do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 sản phẩm. Tính xem trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm

**Giải** : Gọi  $x, y$  lần lượt là sản phẩm của tổ 1 và tổ 2 làm được trong tháng thứ nhất. ĐK :  $x, y$  nguyên dương.

$$\text{Theo gt bài toán ta có hpt : } \begin{cases} x + y = 800. \\ \frac{15x}{100} + \frac{20y}{100} = 145 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases} \text{ (TMĐK).}$$

**Đáp số** : Trong tháng 1 :

Tổ 1 sản xuất được 300 (sản phẩm).

Tổ 2 sản xuất được 500 (sản phẩm).

**Bài 20 :** Một nhà máy dự định sản xuất chi tiết máy trong thời gian đã định và dự định sẽ sản xuất 300 chi tiết máy trong một ngày. Nhưng thực tế mỗi ngày đã làm thêm được 100 chi tiết, nên đã sản xuất thêm được tất cả là 600 chi tiết và hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày  
Tính số chi tiết máy dự định sản xuất.

**Giải :** Gọi  $x$  là số chi tiết mà nhà máy dự định làm. ĐK :  $x$  nguyên dương.

Theo gt bài toán ta có pt :  $\frac{x}{300} = \frac{x+600}{400} + 1 \Leftrightarrow x = 3000$  (TMĐK)

**Đáp số :** Tổng số chi tiết dự định làm 3000 (chi tiết)

**Bài 21:** Một ca nô xuôi dòng 42km rồi ngược dòng trở lại là 20km mất tổng cộng 5giờ. Biết vận tốc của dòng chảy là 2km/h. Tìm vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng.

**Giải :** Gọi  $x$  là vận tốc của ca nô lúc nước yên lặng ( km/h ; ĐK :  $x > 2$ )

Theo gt bài toán ta có pt :  $\frac{42}{x+2} + \frac{20}{x-2} = 5 \Leftrightarrow 5x^2 - 62x + 24 = 0$  ( $\sqrt{\Delta'} = 29$ )

Giải ra ta được :  $x = \frac{2}{5}$  (loại) ;  $x = 12$ .

**Đáp số :** Vận tốc của ca nô lúc nước yên lặng : 12 (km/h).

**Bài 22:** Một đội xe cần chuyên chở 120 tấn hàng. Hôm làm việc có 2 xe phải điều đi nơi khác nên mỗi xe phải chở thêm 16 tấn. Hỏi đội có bao nhiêu xe?

**Giải :** Gọi  $x$  là số xe của đội lúc đầu (xe. ĐK :  $x > 2$ )

Theo gt bài toán ta có pt :  $\frac{120}{x-2} - \frac{120}{x} = 16 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$  ( $\sqrt{\Delta'} = 4$ )

Giải ra ta được :  $x = -3$  (loại) ;  $x = 5$

**Đáp số :** Vận đội xe có 5 xe.

**Bài 23:** Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ địa điểm A đến địa điểm B. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 12km nên đến địa điểm B trước ô tô thứ hai 100phút. Tính vận tốc của mỗi ô tô biết quãng đường AB dài 240km .

**Giải :** Gọi  $x$  là vận tốc của ô tô thứ hai (Km/h. ĐK :  $x > 0$ ).

Theo gt bài toán ta có pt :  $\frac{240}{x-12} - \frac{240}{x} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow 5x^2 - 60x - 8640 = 0$  ( $\sqrt{\Delta'} = 210$ )

Giải ra ta được :  $x = -36$  (loại) ;  $x = 48$ .

**Đáp số :** Vận tốc của ô tô thứ hai : 48 km/h.

Vận tốc của ô tô thứ nhất : 60 km/h.

**Bài 24:** Nếu mở cả hai vòi nước chảy vào một bể cạn thì sau 2 giờ 55phút bể đầy bể. Nếu mở riêng từng vòi thì vòi thứ nhất làm đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là hai giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu đầy bể?

**Giải :** Gọi  $x$  là th

**Bài 24:** Hai tổ học sinh trồng được một số cây trong sân trường.

Nếu lấy 5 cây của tổ 2 chuyển cho tổ một thì số cây trồng được của cả hai tổ sẽ bằng nhau.

Nếu lấy 10 cây của tổ một chuyển cho tổ hai thì số cây trồng được của tổ hai sẽ gấp đôi số cây của tổ một.

Hỏi mỗi tổ trồng được bao nhiêu cây?

**Bài 25:** Hai ô tô A và B khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh cách nhau 150km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô, biết rằng nếu vận tốc của ô tô A tăng thêm 5km/h và vận tốc ô tô B giảm 5km/h thì vận tốc của ô tô A bằng 2 lần vận tốc của ô tô B.

**Bài 26:** Hai hợp tác xã đã bán cho nhà nước 860 tấn thóc. Tính số thóc mà mỗi hợp tác xã đã bán cho nhà nước. Biết rằng 3 lần số thóc hợp tác xã thứ nhất bán cho nhà nước nhiều hơn hai lần số thóc hợp tác xã thứ hai bán là 280 tấn

## ÔN TẬP HÌNH HỌC 9

### Phần 1 : HÌNH HỌC PHẪNG

#### I. Đường tròn:

##### 1. Định nghĩa:

Tập hợp các điểm cách điểm  $O$  cho trước một khoảng cách  $R > 0$  không đổi gọi là đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ . Kí hiệu :  $(O; R)$

##### 2. Vị trí tương đối:

\* Của một điểm với một đường tròn :

xét  $(O; R)$  và điểm  $M$  bất kì

vị trí tương đối	Hệ thức
$M$ nằm ngoài $(O; R)$	$OM > R$
$M$ nằm trên $(O; R)$ hay $M$ thuộc $(O; R)$	$OM = R$
$M$ nằm trong $(O; R)$	$OM < R$

\* Của một đường thẳng với một đường tròn :

xét  $(O; R)$  và đường thẳng  $a$  bất kì ( với  $d$  là khoảng cách từ tâm  $O$  đến đường thẳng  $a$  )

vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức
$a$ cắt $(O; R)$	2	$d < R$
$a$ tiếp xúc $(O; R)$	1	$d = R$
$a$ và $(O; R)$ không giao nhau	0	$d > R$

\* Của hai đường tròn :

xét  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  ( với  $d = OO'$  )

vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức
Hai đường tròn cắt nhau	2	$R - r < d < R + r$
Hai đường tròn tiếp xúc nhau : + tiếp xúc ngoài : + tiếp xúc trong :	1	$d = R + r$ $d = R - r$
Hai đường tròn không giao nhau :	0	

+hai đường tròn ở ngoài nhau :		$d > R + r$
+đường tròn lớn đựng đường tròn nhỏ :		$d < R - r$

### 3. Tiếp tuyến của đường tròn :

#### a. Định nghĩa :

đường thẳng  $d$  được gọi là tiếp tuyến của một đường tròn nếu nó chỉ có một điểm chung với đường đó .

#### b. Tính chất :

+ Tính chất 1 : Nếu một đường thẳng là một tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm .

+ Tính chất 2 : Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì giao điểm này cách đều hai tiếp điểm và tia kẻ từ giao điểm đó qua tâm đường tròn là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến .

#### c. Cách chứng minh :

- Cách 1 : chứng minh đường thẳng đó có một điểm chung với đường tròn đó .
- Cách 2 : chứng minh đường thẳng đó vuông góc với bán kính của đường tròn đó tại một điểm và điểm đó thuộc đường tròn .

### 4. Quan hệ giữa đường kính và dây cung :

\* Định lí 1 : Đường kính vuông góc với một dây cung thì chia dây cung ấy ra thành hai phần bằng nhau .

\* Định lí 2 : Đường kính đi qua trung điểm của một dây cung không đi qua tâm thì vuông góc với dây cung ấy.

### 5. Quan hệ giữa dây cung và khoảng cách đến tâm :

\* Định lí 1 : Trong một đường tròn hai dây cung bằng nhau khi và chỉ khi chúng cách đều tâm .

\* Định lí 2 : Trong hai dây cung không bằng nhau của một đường tròn, dây cung lớn hơn khi và chỉ khi nó gần tâm hơn .

## II. Góc trong đường tròn:

### 1. Các loại góc trong đường tròn:

- Góc ở tâm
- Góc nội tiếp
- Góc có đỉnh ở bên trong hay bên ngoài đường tròn
- Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung

### 2. Mối quan hệ giữa cung và dây cung:

\* Định lí 1: Đối với hai cung nhỏ trong một đường tròn:

- Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau
- Đảo lại, hai dây bằng nhau trương hai cung bằng nhau.

\* Định lí 2: Đối với hai cung nhỏ trong một đường tròn:

- Cung lớn hơn căng dây lớn hơn

b, Dây lớn hơn trương cung lớn hơn.

### 3. Tứ giác nội tiếp:

#### a. Định nghĩa:

Tứ giác nội tiếp một đường tròn là tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn . Đường tròn đó được gọi là đường tròn ngoại tiếp tứ giác.

#### b. Cách chứng minh :

\* Cách 1: chứng minh bốn đỉnh của tứ giác cùng thuộc một đường tròn

\* Cách 2: chứng minh tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng  $180^0$

\* Cách 3: chứng minh tứ giác có hai đỉnh kề nhau nhìn cạnh đối diện dưới cùng một góc.

## B. BÀI TẬP:

**Bài 1:** Cho tam giác ABC (  $\hat{A} = 1v$  ), đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

- CM: tứ giác AEHF là hình chữ nhật.
- CM: tứ giác EFCB nội tiếp.
- Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của BC.
- CMR: Nếu  $S_{ABC} = 2 \cdot S_{AEHF}$  thì tam giác ABC vuông cân.

**Bài 2:** Cho tam giác ABC (  $AB > AC$  ) nội tiếp (O). Vẽ đường phân giác của góc  $\hat{A}$  cắt (O) tại M. Nối OM cắt BC tại I.

- Chứng minh tam giác BMC cân.
- Chứng minh: góc BMA < góc AMC.
- Chứng minh: góc ABC + góc ACB = góc BMC.
- Đường cao AH và BP của tam giác ABC cắt nhau tại Q. Chứng minh OH // AH.
- Trên AH lấy điểm D sao cho AD = MO. Tứ giác OMDA là hình gì?
- Chứng minh AM là phân giác của góc OAH.
- OM kéo dài cắt (O) tại N. Vẽ OE vuông góc với NC. Chứng minh  $OE = \frac{1}{2} MB$ .
- Chứng minh tứ giác OICE nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác OICE.
- Chứng minh các tứ giác ABHP và QPCH nội tiếp.
- Từ C vẽ tiếp tuyến của (O) cắt BM kéo dài tại K. Chứng minh CM là phân giác của góc BCK.
- So sánh các góc KMC và KCB với góc A.
- Từ B vẽ đường thẳng song song với OM cắt CM tại S. Chứng minh tam giác BMS cân tại M.
13. Chứng minh góc S = góc EOI – góc MOC.

14. Chứng minh góc  $SBC =$  góc  $NCM$ .
15. Chứng minh góc  $ABF =$  góc  $AON$ .
16. Từ A kẻ  $AF \parallel BC$ , F thuộc (O). Chứng minh  $BF = CA$ .

**Bài 3:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB, AC theo thứ tự tại D, E. Gọi I là giao điểm của BE và CD.

1. Chứng minh AI vuông góc với BC.
2. Chứng minh góc  $IDE =$  góc  $IAE$ .
3. Chứng minh :  $AE \cdot EC = BE \cdot EI$ .
4. Cho góc  $BAC = 60^\circ$ . Chứng minh tam giác DOE đều.

**Bài 4:** Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O). Đường cao AH của tam giác ABC cắt (O) tại D, AO kéo dài cắt (O) tại E.

- a) Chứng minh tứ giác BDEC là hình thang cân.
- b) Gọi M là điểm chính giữa của cung DE, OM cắt BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của BC.
- c) Tính bán kính của (O) biết  $BC = 24$  cm và  $IM = 8$  cm.

**Bài 5:** Trên nửa đường tròn tâm O đường kính AB lấy hai điểm M và N sao cho các cung AM, MN, NB bằng nhau. Gọi P là giao điểm của AM và BN, H là giao điểm của AN với BM. CMR:

- a) Tứ giác AMNB là hình thang cân.
- b)  $PH \perp AB$ . Từ đó suy ra P, H, O thẳng hàng.
- c) ON là tiếp tuyến của đường tròn đường kính PH.

**Bài 6:** Cho (O, R), dây cung  $AB < 2R$ . Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB. Kẻ hai dây MC, MD lần lượt cắt AB tại E và F. CMR:

- a. Tam giác MAE và MCA đồng dạng.
- b.  $ME \cdot MC = MF \cdot MD$ .
- c. Tứ giác CEFD nội tiếp.
- d. Khi  $AB = R\sqrt{3}$  thì tam giác OAM đều.

**Bài 7:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A ( $AB > AC$ ), đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm I đường kính BH cắt AB tại E, đường tròn tâm K đường kính CH cắt AC tại F.

- a. Tứ giác AEHF là hình gì?
- b. Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp.
- c. Chứng minh  $AE \cdot AB = AF \cdot AC$ .
- d. Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của (O) và (I).
- e. Gọi Ax là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh  $Ax \parallel EF$ .

**Bài 8:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Điểm D thuộc AB. Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với CD tại H, đường thẳng BH cắt CA tại E.

- a. Chứng minh tứ giác AHBC nội tiếp.
- b. Tính góc AHE.
- c. Chứng minh tam giác EAH và EBC đồng dạng.

- d. Chứng minh  $AD = AE$ .
- e. Khi điểm D di chuyển trên cạnh AB thì điểm H di chuyển trên đường nào?

**Bài 9:** Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AC ( $AB > BC$ ;  $AD > CD$ ). Gọi E là giao điểm của AB và CD, F là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng:

- a.  $EF \perp AC$
- b.  $DA \cdot DF = DC \cdot DE$
- c. Tứ giác BDFE nội tiếp.

**Bài 10:** Cho đường tròn tâm O đường kính BC, điểm A thuộc (O). Vẽ bán kính OK // BA (K và A nằm cùng phía đối với BC). Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C cắt OK tại I.

- a. Chứng minh IA là tiếp tuyến của (O).
- b. Chứng minh CK là tia phân giác của góc ACI.
- c. Cho  $BC = 30$  cm;  $AB = 18$  cm. Tính OI, CI.

**Bài 11:** Cho đoạn thẳng AB và O là trung điểm của AB. Vẽ về cùng phía với AB các tia Ax, By cùng vuông góc với AB. Các điểm M, N theo thứ tự di chuyển trên Ax và By sao cho góc  $MON = 90^\circ$ . Gọi I là trung điểm của MN. Chứng minh rằng :

- a. AB là tiếp tuyến của (I ; IO).
- b. MO là tia phân giác của góc AMN.
- c. MN là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB.
- d. Khi các điểm M, N di chuyển trên Ax, By thì tích AM . BN không đổi.

**Bài 12:** Cho (O;R) và (O'; r) tiếp xúc ngoài tại A. Gọi BC là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn ( B thuộc (O); C thuộc (O') ). Tiếp tuyến chung trong của hai đường tròn tại A cắt BC tại M.

- a. Chứng minh A, B, C thuộc đường tròn tâm M.
- b. Đường thẳng OO' có vị trí tương đối gì với (M) nói trên?
- c. Xác định tâm đường tròn đi qua ba điểm O, O' , M.
- d. Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn đi qua ba điểm O, O' , M.

**Bài 13:** Cho (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Đường thẳng  $\hat{O}'$  cắt (O) và (O') theo thứ tự tại B và C ( khác A ). Gọi DE là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn ( D thuộc (O); E thuộc (O') ) . M là giao điểm của BD và CE. Chứng minh rằng :

- a. Góc DME là góc vuông.
- b. MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.
- c.  $MD \cdot MB = ME \cdot MC$ .

**Bài 14:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp (O), đường cao BD, CE , M là trung điểm của BC.

- a. Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp.
- b. Chứng minh các tam giác ADE và ABC đồng dạng .
- c. Kẻ tiếp tuyến Ax với (O) . Chứng minh  $Ax \parallel DE$ .
- d. Chứng minh rằng nếu góc  $BAC = 60^\circ$  thì tam giác DME là tam giác đều.

**Bài 15:** Cho (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Vẽ các tiếp tuyến AB và AC, cát tuyến ADE. Gọi H là trung điểm của DE.

- Chứng minh tứ giác BHOC nội tiếp.
- Chứng minh HA là tia phân giác của góc BHA.
- Gọi I là giao điểm của BC và DE. Chứng minh:  $AB^2 = AI \cdot AH$ .
- BH cắt (O) tại K. Chứng minh  $AE \parallel CK$ .

**Bài 16:** Cho (O), đường tròn AB. Vẽ tiếp tuyến xBy. Gọi C, D là hai điểm di động trên hai nửa mặt phẳng bờ AB đối nhau. Tia AC cắt Bx tại M, tia AD cắt By tại N.

- Chứng minh các tam giác ACD và AMN đồng dạng.
- Tứ giác MNDC nội tiếp.
- Chứng minh  $AC \cdot AM = AD \cdot AN$  và tích này không đổi khi C, D di động.

**Bài 17:** Xét nửa đường tròn (O), đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến Ax và dây AC bất kỳ. Tia phân giác của góc Cax cắt nửa đường tròn tại D, các tia AD và BC cắt nhau tại E.

- Chứng minh tam giác ABE cân tại B.
- Các dây AC và BD cắt nhau tại K. Chứng minh  $EK \perp AB$ .
- Tia BD cắt tia Ax tại F. Chứng minh tứ giác AKEF là hình thoi.

**Bài 18:** Cho nửa lục giác đều ABCD nội tiếp trong nửa đường tròn (O; R).

Hai tiếp tuyến tại B và D cắt nhau tại T.

- Chứng minh rằng  $OT \parallel AB$ .
- Chứng minh ba điểm O, C, T thẳng hàng.
- Tính chu vi và diện tích tam giác TBD theo R.
- Tính diện tích hình giới hạn bởi hai cạnh TB, TD và cung BCD theo R.

**Bài 19:** Hai đường tròn (O) và (O') có bán kính R và R' ( $R > R'$ ) tiếp xúc ngoài nhau tại C. Gọi AC và BC là hai đường kính đi qua C của (O) và (O'). DE là dây cung của (O) vuông góc với AB tại trung điểm của M của AB. Gọi giao điểm thứ hai của đường thẳng DC với (O') là F.

- Tứ giác AEFD là hình gì?
- Chứng minh rằng ba điểm B, E, F thẳng hàng.
- Chứng minh tứ giác MDBF nội tiếp.
- DB cắt (O') tại G. Chứng minh DF, EG, AB đồng qui.
- Chứng minh  $MF = \frac{1}{2}DE$  và MF là tiếp tuyến của (O').

**Bài 20:** Cho đường tròn tâm O, đường kính AC. Trên đoạn OC lấy một điểm B và vẽ đường tròn tâm O' đường kính BC. Gọi M là trung điểm của AB. Từ M kẻ dây cung DE vuông góc với AB, DC cắt (O') tại I.

- Tứ giác ADBE là hình gì? tại sao?



b. Chứng minh  $BI \parallel AD$ .

c. Chứng minh ba điểm I, B, E thẳng hàng và  $MD = MI$ .

d. Xác định và giải thích vị trí tương đối của đường thẳng MI với  $(O')$ .

**Bài 21:** Từ một điểm A ở bên ngoài đường tròn  $(O)$  vẽ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AMN của đường tròn đó. Gọi I là trung điểm của dây MN.

a. Chứng minh 5 điểm A, B, I, O, C cùng nằm trên một đường tròn.

b. Nếu  $AB = OB$  thì tứ giác ABOC là hình gì? Tại sao? Tính diện tích hình tròn và độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABOC theo bán kính R của  $(O)$ .

**Bài 22:** Cho tam giác ABC nội tiếp  $(O)$ . Tia phân giác của góc A cắt BC tại D, cắt  $(O)$  tại E. Tiếp tuyến của đường tròn tại A cắt đường thẳng BC tại M.

a. Chứng minh  $MA = MD$ .

b. Gọi I là điểm đối xứng với D qua M, gọi F là giao điểm của IA với  $(O)$ . Chứng minh E, O, F thẳng hàng.

**Bài 23:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên cạnh AC lấy điểm M, dựng  $(O)$  đường kính MC. Đường thẳng BM cắt  $(O)$  tại D. Đường thẳng AD cắt đường tròn  $(O)$  tại S.

a. Chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp. CA là tia phân giác của góc SCB.

b. Gọi E là giao điểm của BC với  $(O)$ . Chứng minh các đường thẳng BA, EM, CD đồng qui.

c. Chứng minh DM là phân giác của góc ADE.

d. Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE.

**Bài 24:** Cho tam giác ABC vuông tại A.

a. Nêu cách dựng  $(O)$  qua A và tiếp xúc với BC tại B. Nêu cách dựng  $(O')$  qua tiếp xúc với BC tại C.

b. Hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  ở vị trí tương đối nào?

c. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh AM là tiếp tuyến chung của  $(O)$  và  $(O')$ .

d. Cho  $AB = 36\text{cm}$ ,  $AC = 48\text{cm}$ . Tính độ dài BC và các bán kính của  $(O)$ ,  $(O')$ .

**Bài 25:** Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính AB, bán kính OC vuông góc với AB. Gọi M là một điểm di động trên cung BC ( $M \neq B$ ,  $M \neq C$ ). AM cắt OC tại N.

a. Chứng minh rằng tích  $AM \cdot AN$  không đổi.

b. Vẽ  $CD \perp AM$ . Chứng minh các tứ giác MNOB và AODC nội tiếp.

c. Xác định vị trí của điểm M trên cung BC để tam giác COD cân tại D.

**Bài 26:** Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp  $(O)$ , H là trực tâm của tam giác ABC, M là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a. Xác định vị trí của M để tứ giác BHCM là hình bình hành.

b. Gọi N và E lần lượt là các điểm đối xứng của M qua AB và AC. Chứng minh ba điểm N, H, E thẳng hàng.

c. Xác định vị trí của M để NE có độ dài lớn nhất.

**Bài 27:** Cho  $(O,R)$  và  $(O',r)$  tiếp xúc ngoài tại M ( $R > r$ ). Đường thẳng  $OO'$  cắt  $(O)$  tại C, cắt  $(O')$  tại D. Tiếp tuyến chung ngoài  $AB$  ( $A \in (O), B \in (O')$ ) cắt đường thẳng  $OO'$  tại H. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn ở M cắt  $AB$  tại I.

a. Chứng minh các tam giác  $OIO'$  và  $AMB$  là các tam giác vuông.

b. Chứng minh  $AB = 2\sqrt{R.r}$ .

c. Tia  $AM$  cắt  $(O')$  tại  $A'$ , tia  $BM$  cắt  $(O)$  tại  $B'$ . Chứng minh ba điểm A, O,  $B'$  và  $A'$ ,  $O'$ , B thẳng hàng và  $CD^2 = BB'^2 + AA'^2$ .

d. Gọi N và  $N'$  lần lượt là giao điểm của  $AM$  với  $OI$  và  $BM$  với  $O'I$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $MI$ ,  $AB$ ,  $OI$ ,  $O'I$ ,  $OH$ ,  $O'H$  theo R và r.

**Bài 28:** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ , một điểm C (khác A, B) nằm trên đường tròn. Tiếp tuyến  $Cx$  của  $(O)$  cắt tia  $AB$  tại I. Phân giác góc  $CIA$  cắt  $OC$  tại  $O'$ .

a. Chứng minh  $(O', O'C)$  vừa tiếp xúc với  $(O)$  vừa tiếp xúc với đường thẳng  $AB$ .

b. Gọi D,E theo thứ tự là giao điểm thứ hai của  $CA$ ,  $CB$  với  $(O')$ . Chứng minh D,  $O'$ , E thẳng hàng.

c. Tìm vị trí của C sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OCI$  tiếp xúc với  $AC$ .

**Bài 29:** Cho nửa đường tròn đường kính  $AB = 2R$ . Kẻ tiếp tuyến  $Bx$  với nửa đường tròn. C và D là hai điểm di động trên nửa đường tròn. Các tia  $AC$  và  $AD$  cắt  $Bx$  lần lượt tại E và F (F nằm giữa B và E).

a. Chứng minh hai tam giác  $ABF$  và  $BDF$  đồng dạng.

b. Chứng minh tứ giác  $CEFD$  nội tiếp.

c. Khi D và C di động trên nửa đường tròn, chứng tỏ rằng:

$$AC \cdot AE = AD \cdot AF = \text{const.}$$

**Bài 30:** Cho  $(O)$ . Vẽ hai dây  $AB$  và  $CD$  vuông góc tại M ở bên trong  $(O)$ . Từ A vẽ một đường thẳng vuông góc với  $BC$  tại H, cắt  $CD$  tại E. F là điểm đối xứng của C qua  $AB$ . Tia  $AF$  cắt tia  $BD$  tại K. Chứng minh rằng:

a. Góc  $MAH =$  góc  $MCB$ .

b. Tam giác  $ADE$  cân.

c. Tứ giác  $AHBK$  nội tiếp.

**Bài 31.** Cho đoạn thẳng  $AB$  và C là một điểm nằm giữa A và B. Người ta kẻ trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$  hai tia  $Ax$  và  $By$  vuông góc với  $AB$ . Trên tia  $Ax$  lấy một điểm I. Tia  $Cz$  vuông góc với tia  $CI$  tại C và cắt  $By$  tại K. Đường tròn đường kính  $IC$  cắt  $IK$  tại P. Chứng minh:

a. Tứ giác  $CPKB$  nội tiếp.

b.  $AI \cdot BK = AC \cdot CB$ .

c.  $\Delta APB$  vuông.

d. Giả sử A, B, I cố định. Hãy xác định vị trí điểm C sao cho diện tích hình thang vuông  $ABKI$  lớn nhất.

**Bài 32.** Cho  $(O)$  và một điểm A nằm ngoài  $(O)$ . Từ A kẻ hai tiếp tuyến  $AB$ ,  $AC$  và cát tuyến  $AMN$  với  $(O)$ . (B, C, M, N cùng thuộc  $(O)$ ;  $AM < AN$ ). Gọi E là trung điểm của dây  $MN$ , I là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $CE$  với  $(O)$ .

a. Chứng minh bốn điểm A, O, E, C cùng nằm trên một đường tròn.

b. Chứng minh góc  $AOC =$  góc  $BIC$

c. Chứng minh  $BI // MN$ .

d. Xác định vị trí cát tuyến AMN để diện tích tam giác AIN lớn nhất.

**Bài 33.** Cho tam giác ABC vuông ở A ( $AB < AC$ ), đường cao AH. Trên đoạn thẳng HC lấy D sao cho  $HD = HB$ . Vẽ CE vuông góc với AD ( $E \in AD$ ).

- Chứng minh tứ giác AHCE nội tiếp.
- Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHCE.
- Chứng minh CH là tia phân giác của góc ACE.

d. Tính diện tích hình giới hạn bởi các đoạn thẳng CA, CH và cung nhỏ AH của đường tròn nói trên biết  $AC = 6\text{cm}$ ; góc  $ACB = 30^\circ$ .

**Bài 34.** Cho (O) có đường kính BC. Gọi A là một điểm thuộc cung BC (cung  $AB <$  cung  $AC$ ). D là điểm thuộc bán kính OC. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC ở E, cắt tia BA ở F.

- Chứng minh tứ giác ADCF nội tiếp.
- Gọi M là trung điểm của EF. Chứng minh: góc  $AME = 2$  góc  $ACB$ .
- Chứng minh AM là tiếp tuyến của (O).

d. Tính diện tích hình giới hạn bởi các đoạn thẳng BC, BA và cung nhỏ AC của (O) biết  $BC = 8\text{cm}$ ; góc  $ABC = 60^\circ$ .

**Bài 35.** Cho đường tròn (O) đường kính  $AB = 2R$  và một điểm M di chuyển trên nửa đường tròn. Người ta vẽ đường tròn tâm E tiếp xúc với (O) tại M và tiếp xúc với AB tại N. Đường tròn này cắt MA, MB lần lượt tại các điểm thứ hai C, D.

- Chứng minh  $CD \parallel AB$ .
- Chứng minh MN là tia phân giác của góc  $AMB$  và đường thẳng MN đi qua một điểm K cố định.
- Chứng minh tích  $KM \cdot KN$  cố định.

d. Gọi giao điểm của các tia CN, DN với KB, KA lần lượt là  $C'$ ,  $D'$ . Tìm vị trí của M để chu vi tam giác  $NC'D'$  đạt giá trị nhỏ nhất có thể được.

**Bài 36.** Cho một đường tròn đường kính AB, các điểm C, D ở trên đường tròn sao cho C, D không nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB đồng thời  $AD > AC$ . Gọi các điểm chính giữa các cung AC, AD lần lượt là M, N. Giao điểm của MN với AC, AD lần lượt là H, I. Giao điểm của MD với CN là K.

- $CM: \Delta NKD$  và  $\Delta MAK$  cân.
- $CM$ : tứ giác MCKH nội tiếp được. Suy ra  $KH \parallel AD$ .
- So sánh các góc  $CAK$  với góc  $DAK$ .
- Tìm một hệ thức giữa số đo AC, số đo AD là điều kiện cần và đủ để  $AK \parallel ND$ .

**Bài 37.** Cho  $(O_1)$  và  $(O_2)$  tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm A và tiếp tuyến chung Ax. Một đường thẳng d tiếp xúc với  $(O_1)$ ,  $(O_2)$  lần lượt tại B, C và cắt Ax tại điểm M. Kẻ các đường kính  $BO_1D$ ,  $CO_2E$ .

- Chứng minh M là trung điểm BC.
- Chứng minh  $\Delta O_1MO_2$  vuông.
- Chứng minh B, A, E thẳng hàng; C, A, D thẳng hàng.
- Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác  $IO_1O_2$  tiếp xúc với d.

d.

.....

## Phần 2: HÌNH HỌC KHÔNG GIAN.

### A. LÝ THUYẾT:

#### I. Một số kiến thức cơ bản về hình học không gian:

##### 1. Các vị trí tương đối:

###### a. Vị trí tương đối của hai đường thẳng:

\*  $a \parallel b \Leftrightarrow a, b \subset (P)$ , a và b không có điểm chung.

\*  $a$  cắt  $b \Leftrightarrow a, b \subset (P)$ , a và b có một điểm chung.

\* a và b chéo nhau  $\Leftrightarrow$  a và b không cùng thuộc một mặt phẳng.

b. Vi trí tương đối của đường thẳng a và mặt phẳng (P):

\*  $a // (P) \Leftrightarrow$  a và (P) không có điểm chung.

\*  $a \text{ cắt } (P) \Leftrightarrow$  a và (P) có một điểm chung.

\*  $a \subset (P) \Leftrightarrow$  a và (P) có vô số điểm chung.

c. Vi trí tương đối của hai mặt phẳng (P) và (Q):

\*  $(P) // (Q) \Leftrightarrow$  không có điểm chung.

\*  $(P) \cap (Q) = a \Leftrightarrow$  có một đường thẳng a chung ( a gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng).

\*  $(P) \equiv (Q)$ .

2. Một số cách chứng minh:

a. Chứng minh hai đường thẳng song song:

$C_1$ : a và b cùng thuộc một mặt phẳng.

a và b không có điểm chung.

$C_2$ :  $a // c$  và  $b // c$ .

$$C_3 : \left. \begin{array}{l} (P) // (Q) \\ (P) \cap (R) = a \\ (Q) \cap (R) = b \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$$

b. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng:

$$\left. \begin{array}{l} a // b \\ b \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a // (P)$$

c. Chứng minh hai mặt phẳng song song:

$$\left. \begin{array}{l} a, b \subset (Q), a \perp b \\ a // (P), b // (P) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) // (Q)$$

d. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc:

$$\left. \begin{array}{l} a \perp (P) \\ b \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp b$$

e. Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng:

$$\left. \begin{array}{l} a \perp b, a \perp c \\ b \perp c, b \subset (P), c \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (P)$$

g. Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc:

$$\left. \begin{array}{l} a \perp (P) \\ a \subset (Q) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) \perp (Q)$$

II. Một số hình không gian:

1. <u>Hình lăng trụ:</u> $S_{xq} = P \cdot h$ với P: chu vi đáy	1. <u>Hình trụ:</u>
--	---------------------

$V = B \cdot h$ h : chiều cao B: diện tích đáy	$S_{xq} = P.h = 2\pi R.h$ với R: bán kính đáy $V = B.h = \pi R^2.h$ h: chiều cao.
2. <u>Hình chóp:</u> $S_{xq} = \frac{1}{2} P.d$ $V = \frac{1}{3} B.h$ với d: đường cao mặt bên	2. <u>Hình nón:</u> $S_{xq} = \frac{1}{2} P.d = \pi R.l$ $V = \frac{1}{3} B.h = \frac{1}{3} \pi R^2.h$ d: đường sinh; h: chiều cao.
3. <u>Hình chóp cắt:</u> $S_{xq} = \frac{1}{2} (P + P').d$ $V = \frac{1}{3} (B + B' + \sqrt{B.B'})h$	3. <u>Hình nón cắt:</u> $S_{xq} = \frac{1}{2} (P + P').d = \pi (R + r)d$ $V = \frac{1}{3} (B + B' + \sqrt{B.B'})h = \frac{\pi.h}{3} (R^2 + r^2 + R.r)$
4. <u>Hình cầu:</u> $S = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3$	

## B. BÀI TẬP:

Bài 1: Cho hình bình hành ABCD và điểm S nằm ngoài mp(ABCD). Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SA, SD. Tứ giác MNCB là hình gì?

Bài 2: Cho tứ diện ABCD. Gọi G, H theo thứ tự là trung điểm của AD, CD. Lấy điểm  $E \in AB, F \in BC$  sao cho:  $AE = \frac{1}{4} AB; CF = \frac{1}{4} CB$ .

- Chứng minh  $GH \parallel (ABC); EF \parallel (ACD); EF \parallel GH$ .
- Gọi I là giao điểm của EG và (BCD). CMR: F, H, I thẳng hàng.

Bài 3: CMR: Nếu một mặt phẳng song song với đường thẳng a của mp(Q) mà (P) và (Q) cắt nhau thì giao tuyến của chúng song song với a.

Bài 4: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d. Một mặt phẳng thứ ba (R) cắt (P), (Q) theo thứ tự là các giao tuyến a và b. CMR:

- Nếu  $a \times d = M$  thì a, b, d đồng qui.
- Nếu  $a \parallel d$  thì a, b, d đôi một song song.

Bài 5: Cho tứ diện S.ABC, điểm  $D \in SA$  sao cho  $SD = \frac{1}{4} SA, E \in AB$  sao cho  $BE = \frac{1}{4} BA$ . Gọi M là trung điểm của SC, I là giao điểm của DM và AC, N là giao điểm của IE và BC. CMR:

- $SB \parallel (IDE)$ .
- N là trung điểm của BC.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Một đường thẳng  $d \perp (ABC)$  tại A. Trên d lấy điểm S bất kỳ.

- Chứng minh  $BC \perp SH$ .
- Kẻ AI là đường cao của tam giác SAH. Chứng minh  $AI \perp (SBC)$ .
- Cho  $AB = 15$  cm,  $AC = 20$  cm,  $SA = 16$  cm. Tính BC, SH rồi tính  $S_{xq}$ ,  $S_{tp}$ , V của hình chóp S . ABC.

Bài 7: Cho tam giác ABC đều và trung tuyến AM, điểm  $I \in AM$  sao cho  $IA = 2 \cdot IM$ . Qua I vẽ đường thẳng d vuông góc với mp(ABC), trên d lấy điểm S bất kỳ.

- Chứng minh  $SA = SB = SC$ .
- Gọi IH là đường cao của tam giác SIM. CMR:  $IH \perp (SBC)$ .
- Tính  $S_{xq}$  và V của hình chóp S . ABC biết  $AB = 3\sqrt{3}$  cm;  $SA = 5$  cm.

Bài 8: Cho tứ diện S . ABC. Điểm  $E \in SA$ ,  $F \in AB$  sao cho  $SE = \frac{1}{3}SA$ ;  $BF = \frac{1}{3}BA$ . Gọi G, H theo thứ tự là trung điểm của SC, BC. CMR:

- $EF \parallel GH$ .
- EG, FH, AC đồng qui.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A,  $AB = 8$  cm,  $AC = 6$  cm. Một đường thẳng d vuông góc với mp(ABC) tại B, trên d lấy điểm S sao cho  $SA = 10$  cm.

- CMR:  $SB \perp AC$ .
- Tính SB, BC, SC.
- CM: Tam giác SAC vuông.
- Tính  $S_{tp}$ , V.

Bài 10: Cho hình vuông ABCD cạnh 3 cm. Trên đường thẳng d vuông góc với mp(ABCD) tại A lấy điểm S sao cho  $SA = 4$  cm. CMR:

- $(SAB) \perp (SAD)$ .
- $SC \perp BD$ .
- Các tam giác SBC và SDC vuông.
- Tính  $S_{xq}$ , V của hình chóp S . ABCD.

Bài 11: Cho lăng trụ đứng ABCD . A'B'C'D' có đáy là hình thoi. Biết đường cao  $AA' = 5$  cm, các đường chéo  $AC' = 15$  cm,  $DB' = 9$  cm.

- Tính AB?
- Tính  $S_{xq}$ , V của hình lăng trụ ABCD . A'B'C'D'.
- Tính  $S_{xq}$ , V của hình chóp B' . ABCD.

Bài 12: Cho lăng trụ tam giác đều ABC . A'B'C' có  $AA' = 4$  cm, góc  $BAB' = 45^\circ$ . Tính  $S_{xq}$  và V.

Bài 13: Hình hộp chữ nhật ABCD . A'B'C'D' có  $AD = 3$  cm,  $AB = 4$  cm,  $BD' = 13$  cm. Tính  $S_{xq}$  và V ?

Bài 14: Cho hình hộp chữ nhật ABCD . A'B'C'D' có  $AB = 12$  cm,  $AD = 16$  cm,  $AA' = 25$  cm.

- CM: Các tứ giác  $ACC'A'$ ,  $BDD'B'$  là hình chữ nhật.
- CM:  $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$ .

c. Tính  $S_{tp}$ ,  $V$  ?

Bài 15: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.  $A'B'C'D'$  có  $AB = AA' = a$  và góc  $A'CA = 30^\circ$ . Tính  $S_{tp}$  và  $V$  ?

Bài 16: Cho hình lập phương ABCD.  $A'B'C'D'$  có độ dài cạnh là 6 cm .

- Tính đường chéo  $BD'$ .
- Tính  $S_{tp}$  và  $V$  của hình chóp  $A' . ABD$ .
- Tính  $S_{tp}$  và  $V$  của hình chóp  $A'.BC'D$ .

Bài 17: Một thùng hình trụ có diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy, đường cao của hình trụ bằng 6 dm. Hỏi thùng chứa được bao nhiêu lít nước ? ( biết rằng  $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ lít}$  ).

Bài 18: Một mặt phẳng qua trục  $OO'$  của một hình trụ, phần mặt phẳng bị giới hạn bởi hình trụ ( còn gọi là thiết diện) là một hình chữ nhật có diện tích bằng  $72 \text{ cm}^2$ . Tính bán kính đáy, đường cao của hình trụ biết rằng đường kính đáy bằng một nửa chiều cao.

Bài 19: Một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình chữ nhật có chiều dài 4 cm, chiều rộng 3 cm. Tính  $S_{xq}$  và  $V$  của hình trụ đó.

Bài 20: Cho hình nón đỉnh A, đường sinh  $AB = 5 \text{ cm}$ , bán kính đáy  $OB = 3 \text{ cm}$ .

- Tính  $S_{xq}$  của hình nón.
- Tính  $V$  của hình nón.
- Gọi  $CD$  là dây cung của  $(O; OB)$  vuông góc với  $OB$ . CMR:  $CD \perp (AOB)$ .

Bài 21: Cho tam giác ABC vuông tại A quay một vòng quanh AB. Tính bán kính đáy, đường cao của hình nón tạo thành. Từ đó tính  $S_{xq}$ , và  $V$  của hình nón biết rằng  $BC = 6 \text{ cm}$ , góc  $ACB = 60^\circ$ .

Bài 22: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng 4 cm. Tính  $S_{xq}$  và  $V$  .

Bài 23: Một hình nón cụt có đường cao 12 cm, các bán kính đáy là 10 cm và 15 cm.

- Tính  $S_{xq}$  của hình nón cụt.
- Tính  $V$  của hình nón sinh ra hình nón cụt đó.

Bài 24: Một hình thang ABCD có góc A và góc D  $= 90^\circ$ ,  $AB = BC = a$ , góc C  $= 60^\circ$ . Tính  $S_{tp}$  của hình tạo thành khi quay hình thang vuông một vòng xung quanh:

- Cạnh AD.
- Cạnh DC.

Bài 1: Cho phương trình  $x^3 - \frac{1}{x^3} - (m+1)\left(x - \frac{1}{x}\right) + m - 3 = 0$  (\*)

- Giải phương trình khi  $m = 3$
- Tìm  $m$  để phương trình có đúng hai nghiệm dương phân biệt

Giải tóm tắt:

ĐKXĐ:  $x \neq 0$

Đặt  $x - \frac{1}{x} = t$  phương trình (\*) trở thành  $(t-1)(t^2 + t + 3 - m) = 0$

- $m = 3$  (Tự giải)
- Với  $t = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$  phương trình này luôn có 1 nghiệm dương (vì  $ac < 0$ )

Để phương trình (\*) có đúng 2 nghiệm dương phân biệt thì phương trình  $t^2 + t + 4 - m = 0$  phải có nghiệm kép khác 1. Hay  $m = \frac{11}{4}$

**Bài 2:** a) Cho  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  thỏa mãn điều kiện  $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

Chứng minh rằng  $a^3 + b^3 + c^3$  chia hết cho 3

b) Giải phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ , biết rằng  $a, b, c$  là số hữu tỉ và  $1 + \sqrt{2}$  là nghiệm của phương trình

Giải tóm tắt: a) ĐK:  $a, b, c \neq 0$ . Từ gt suy ra  $a + b + c = 0$ . Mà  $a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c) = a(a - 1)(a + 1) + b(b - 1)(b + 1) + c(c - 1)(c + 1)$  chia hết cho 3 và  $a + b + c = 0$  chia hết cho 3 nên  $a^3 + b^3 + c^3$  chia hết cho 3

b) Vì  $1 + \sqrt{2}$  là nghiệm của phương trình nên ta có

$$\sqrt{2}(2a + b + 5) + (3a + b + 8) = 0 \text{ vì } a, b \text{ là số hữu tỉ nên}$$

$$\begin{cases} 2a + b + 5 = 0 \\ 3a + b + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases} \text{ . Thay vào HS tự giải tiếp}$$

**Bài 3:** Cho  $x, y \in \mathbb{N}^+$  thỏa mãn  $x + y = 2011$ .

Tìm GTNN và GTLN của biểu thức  $P = x(x^2 + y) + y(y^2 + x)$

Giải tóm tắt:

Cách 1: Vì  $x, y \in \mathbb{N}^+$  nên  $1 \leq |x - y| \leq 2009 \Leftrightarrow 1 \leq (x - y)^2 \leq 2009^2$

$$\text{Mà } (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 2011^2 - 4xy. \text{ Do đó } -xy = \frac{1}{4}[(x - y)^2 - 4044121]$$

$$\text{Vậy } P = 2011^3 - 6031xy = 2011^3 + 6031 \cdot \frac{1}{4}[(x - y)^2 - 4044121]$$

$$\text{Ta có } 2011^3 + 6031 \cdot \frac{1}{4}(1^2 - 4044121) \leq P \leq 2011^3 + 6031 \cdot \frac{1}{4}(2009^2 - 4044121)$$

Hay  $2035205401 \leq P \leq 8120605021$ .

Vậy GTNN của  $P$  là 2035205401. Dấu "=" xảy ra khi  $x = 1006$  và  $y = 1005$  hoặc  $x = 1005$  và  $y = 1006$ .

GTLN của  $P$  là 8120605021. Dấu "=" xảy ra khi  $x = 2010$  và  $y = 1$  hoặc  $x = 1$  và  $y = 2010$

Cách 2:  $P = 2011^3 - 6031xy$  theo bài ra ta có  $1 \leq x, y \leq 2010$

Ta chứng minh  $2010 \leq xy \leq 1005 \cdot 1006$ . Thật vậy

$$xy - 2010 = x(2011 - x) - 2010 = 2011x - x^2 - 2010 = 2010x - x^2 + x - 2010$$

$$= (2010 - x)(x - 1) \geq 0 \text{ (vì } 1 \leq x, y \leq 2010)$$

Ta có  $xy \geq 2010$ . Do đó  $P \leq 8120605021$

Mặt khác  $1005 \cdot 1006 - xy = 1005 \cdot 1006 - x(2011 - x) = \dots = (1005 - x)(1006 - x) \geq 0$

Ta có  $1005 \cdot 1006 - xy \geq 0$  Do đó  $2035205401 \leq P$

**Bài 4:** Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB = 2R$ , một dây cung  $MN = R$  di chuyển trên nửa đường tròn. Qua  $M$  kẻ đường thẳng song song  $ON$  cắt đường thẳng  $AB$  tại  $E$ . Qua  $N$  kẻ đường thẳng song song  $OM$  cắt đường thẳng  $AB$  tại  $F$ .

a) CMR:  $\triangle MNE \sim \triangle NFM$

b) Gọi  $K$  là giao điểm của  $EN$  và  $FM$ . Hãy xác định vị trí của dây  $MN$  để chu vi tam giác  $MKN$  lớn nhất

Giải tóm tắt:

a) Dễ dàng chứng minh được  $\widehat{EMN} = \widehat{FNM} = 120^\circ$

$$\text{Mặt khác } \triangle EMO \sim \triangle ONF \Rightarrow \frac{ME}{NO} = \frac{MO}{NF} \Rightarrow \frac{ME}{MN} = \frac{MN}{NF} \text{ (vì } \triangle MON \text{ đều)}$$



$$b) \triangle MNE \sim \triangle NFM \Rightarrow \widehat{MNE} = \widehat{NFM} = \widehat{FMO}$$

$$\text{mà } \widehat{MKN} = 180^\circ - (\widehat{MNE} + \widehat{NMF}) = 180^\circ - (\widehat{FMO} + \widehat{NMF}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \text{ không đổi}$$

K thuộc cung tròn chứa góc  $120^\circ$  dựng trên đoạn thẳng  $MN = R$  không đổi. Từ đó suy ra K là điểm giữa cung MKN hay  $MK = NK$ . Kéo dài EM và FN cắt nhau tại I và ta chứng minh được  $MN$  ở vị trí sao cho  $AM = MN = NB = R$

**Bài 5:** Cho  $a, b, c > 0$  và  $abc = 1$ .

$$\text{Chứng minh rằng } \frac{a^3}{(1+b)(1+c)} + \frac{b^3}{(1+c)(1+a)} + \frac{c^3}{(1+a)(1+b)} \geq \frac{3}{4}$$

**Giải tóm tắt:** áp dụng BĐT CauChy ta có

$$\frac{a^3}{(1+b)(1+c)} + \frac{1+b}{8} + \frac{1+c}{8} \geq 3\sqrt[3]{\frac{a^3}{(1+b)(1+c)} \cdot \frac{1+b}{8} \cdot \frac{1+c}{8}} = \frac{3a}{4}$$

$$\text{tương tự rồi cộng lại được } \frac{a^3}{(1+b)(1+c)} + \frac{b^3}{(1+c)(1+a)} + \frac{c^3}{(1+a)(1+b)} \geq \frac{a+b+c}{3} - \frac{3}{4}$$

Mà  $a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3$  suy ra đpcm

Dấu "=" xảy ra khi  $a = b = c = 1$

**Giới thiệu một số đề thi vào lớp 10 các tỉnh**  
**SỞ GD & ĐT QUẢNG NGÃI**

**KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**  
**NĂM HỌC: 2008 – 2009.**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**MÔN THI: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi : 24/ 06/2008.

**Bài 1 : (2 điểm)** Cho biểu thức  $P = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt{ab}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$

a/ Xác định a ; b để biểu thức có nghĩa và hãy rút gọn P.

b/ Tính giá trị của P khi  $a = \sqrt{15 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}}$  và  $b = \sqrt{24}$ .

**Bài 2 : (2 điểm)**

a/ Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + my = 3m \\ mx - y = m^2 - 2 \end{cases}$$

Tìm m để hệ có nghiệm (x ; y) thỏa mãn  $x^2 - 2x - y > 0$ .

b/ Giải phương trình  $x^2 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 10 = 0$

**Bài 3 : (2 điểm)**

Một ô tô đi quãng đường AB dài 80 km trong một thời gian đã định, ba phần tư quãng đường đầu ô tô chạy nhanh hơn dự định 10 km/h, quãng đường còn lại ô tô chạy chậm hơn dự định 15 km/h. Biết rằng ô tô đến B đúng giờ quy định. Tính thời gian ô tô đi hết quãng đường AB.

**Bài 4 : (3 điểm)**

Gọi C là một điểm nằm trên đoạn thẳng AB ( $C \neq A, C \neq B$ ). Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB, kẻ tia Ax và By cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm I ( $I \neq A$ ), tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

1/ Chứng minh:

a/ Tứ giác CPKB nội tiếp được đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

$$b/ AI.BK = AC.BC$$

c/  $\Delta APB$  vuông.

2/ Cho A, I, B cố định. Tìm vị trí của điểm C sao cho diện tích của tứ giác ABKI đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 5: (1 điểm)** Tìm x ; y nguyên dương thỏa mãn  $1003x + 2y = 2008$

----- HẾT -----

**Ghi chú:** *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Giám thị 1: ..... Giám thị 2: .....

**GỢI Ý GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH  
LỚP 10 MÔN TOÁN. QUẢNG NGÃI**

*Ngày thi 24-6-2008*

-----

**Bài 1:** Cho biểu thức  $P = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt{ab}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$

a) P có nghĩa khi  $a > 0$  ;  $b > 0$  và  $a \neq b$

$$P = \frac{a - 2\sqrt{ab} + b + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

$$b) \text{ Với } a = \sqrt{15 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}} = \sqrt{(3 - \sqrt{6})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{6})^2} =$$

$$= |3 - \sqrt{6}| + |3 - 2\sqrt{6}| = 3 - \sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 3 = \sqrt{6}$$

$$\text{Với } b = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{Do đó } P = a - b = \sqrt{6} - 2\sqrt{6} = -\sqrt{6}$$

**Bài 2:**

$$a) \text{ Cho hệ phương trình } \begin{cases} x + my = 3m & (1) \\ mx - y = m^2 - 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có  $x = 3m - my$  (3). Thay (3) vào (2):  $m(3m - my) - y = m^2 - 2$ .

$$\Leftrightarrow 3m^2 - m^2y - y = 2(m^2 + 1) \Leftrightarrow (m^2 + 1)y = 2(m^2 + 1)$$

$$\text{Vì } m^2 + 1 > 0 \text{ với mọi } m \text{ nên } y = \frac{2(m^2 + 1)}{m^2 + 1} = 2.$$

Thay  $y = 2$  vào (3) ta có  $x = 3m - m \cdot 2 = m$ .

Vậy nghiệm  $(x ; y)$  của hệ phương trình là  $(x = m ; y = 2)$

Để  $x^2 - 2x - y > 0$  thì  $m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 - (\sqrt{3})^2 > 0$

$\Leftrightarrow (m - 1 - \sqrt{3})(m - 1 + \sqrt{3}) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 - \sqrt{3} > 0 \\ m - 1 + \sqrt{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 + \sqrt{3} \\ m > 1 - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 + \sqrt{3} \\ m < 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 - \sqrt{3} < 0 \\ m - 1 + \sqrt{3} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 + \sqrt{3} \\ m < 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy khi  $m > 1 + \sqrt{3}$  hoặc  $m < 1 - \sqrt{3}$  thì hệ phương trình đã cho có nghiệm  $(x ; y)$  thỏa mãn  $x^2 - 2x - y > 0$ .

b) Giải phương trình  $x^2 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 10 = 0$  (1). Điều kiện  $x \neq 0$ .

Phương trình (1)  $\Leftrightarrow (x^2 + \frac{1}{x^2}) - (x + \frac{1}{x}) - 10 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + \frac{1}{x^2} + 2) - (x + \frac{1}{x}) - 12 = 0$

$\Leftrightarrow (x + \frac{1}{x})^2 - (x + \frac{1}{x}) - 12 = 0$  (\*).

Đặt  $y = x + \frac{1}{x}$ . Phương trình (\*) trở thành :  $y^2 - y - 12 = 0 \Rightarrow y_1 = -3 ; y_2 = 4$ .

Với  $y = -3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -3 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} ; x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

Với  $y = 4 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x_3 = 2 + \sqrt{3} ; x_4 = 2 - \sqrt{3}$

Các giá trị của  $x$  vừa tìm được thỏa mãn  $x \neq 0$ .

Vậy nghiệm số của (1) là :  $x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} ; x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} ; x_3 = 2 + \sqrt{3} ; x_4 = 2 - \sqrt{3}$

### **Bài 3:**

Gọi  $x$  (km/h) là vận tốc dự định của ô tô đi từ A đến B ( $x > 15$ )

Thời gian ô tô dự định đi từ A đến B  $\frac{80}{x}$  (h)

Vận tốc ô tô khi đi ba phần tư quãng đường AB là  $x + 10$  (km/h)

Thời gian ô tô đi ba phần tư quãng đường AB là  $\frac{60}{x + 10}$  (h)

Vận tốc ô tô khi đi một phần tư quãng đường AB là  $x - 15$  (km/h)

Thời gian ô tô đi một phần tư quãng đường AB là  $\frac{20}{x - 15}$  (h)

Ô tô đến B đúng giờ quy định nên ta có phương trình :  $\frac{60}{x + 10} + \frac{20}{x - 15} = \frac{80}{x}$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x + 10} + \frac{1}{x - 15} = \frac{4}{x} \Leftrightarrow 3x(x - 15) + x(x + 10) = 4(x + 10)(x - 15)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 35x = 4x^2 - 20x - 600 \Leftrightarrow 15x = 600 \Rightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Do đó vận tốc dự định của ô tô là 40 km/h.

Vậy thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là  $80 : 40 = 2$  (giờ).

**Bài 4:**

1. a/ P nằm trên đường tròn tâm  $O_1$   
đường kính IC  $\Rightarrow \widehat{IPC} = 90^\circ$   
Mà  $\widehat{IPC} + \widehat{CPK} = 180^\circ$  (góc kề bù)  
 $\Rightarrow \widehat{CPK} = 90^\circ$   
Do đó  $\widehat{CPK} + \widehat{CBK} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$   
Nên CPKB nội tiếp đường tròn tâm  $O_2$   
đường kính CK.

b/ Vì  $\widehat{ICK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C_1} + \widehat{C_2} = 90^\circ$   
 $\Delta AIC$  vuông tại A  $\Rightarrow \widehat{C_1} + \widehat{A_1} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{C_2}$  và có  $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$   
Nên  $\Delta AIC \sim \Delta BCK$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AI}{BC} = \frac{AC}{BK} \Rightarrow AI \cdot BK = AC \cdot BC \quad (1)$$

c/ Trong  $(O_1)$  có  $\widehat{A_1} = \widehat{I_2}$  (góc cùng chắn cung PC)

Trong  $(O_2)$  có  $\widehat{B_1} = \widehat{K_1}$  (góc cùng chắn cung PC)

Mà  $\widehat{I_2} + \widehat{K_1} = 90^\circ$  (Vì  $\Delta ICK$  vuông tại C)

$\Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 90^\circ$ , nên  $\Delta APB$  vuông tại P.

2/ Ta có  $AI \parallel BK$  ( vì cùng vuông góc với AB, nên ABKI là hình thang vuông..

$$\text{Do đó } S_{ABKI} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot (AI + BK)$$

Vì A, B, I cố định nên AB, AI không đổi. Suy ra  $S_{ABKI}$  lớn nhất  $\Leftrightarrow BK$  lớn nhất

$$\text{Từ (1) có } AI \cdot BK = AC \cdot BC \Rightarrow BK = \frac{AC \cdot BC}{AI}$$

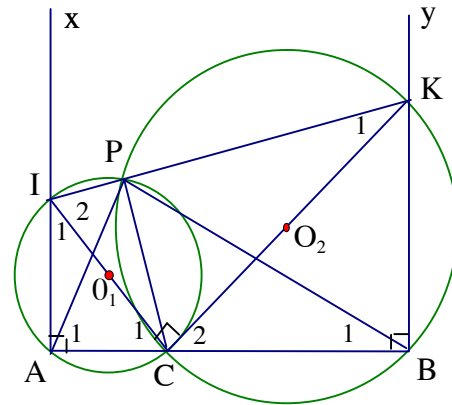
Nên BK lớn nhất  $\Leftrightarrow AC \cdot BC$  lớn nhất.

$$\text{Ta có } (\sqrt{AC} - \sqrt{BC})^2 \geq 0 \Rightarrow AC + BC \geq 2\sqrt{AC \cdot BC} \Leftrightarrow \sqrt{AC \cdot BC} \leq \frac{AC + BC}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{AC \cdot BC} \leq \frac{AB}{2} \Leftrightarrow AC \cdot BC \leq \frac{AB^2}{4}$$

$$\text{Vậy } AC \cdot BC \text{ lớn nhất khi } AC \cdot BC = \frac{AB^2}{4} \Leftrightarrow AC = BC = \frac{AB}{2} \Leftrightarrow C \text{ là trung điểm của AB.}$$

Vậy  $S_{ABKI}$  lớn nhất khi C là trung điểm của AB.

**Bài 5:**

Tìm x ; y nguyên dương thỏa mãn :  $1003x + 2y = 2008$ .

- **Cách 1 :**

$$\text{Từ } 1003x + 2y = 2008 \Rightarrow 2y = 2008 - 1003x \Rightarrow y = 1004 - \frac{1003x}{2}$$

$$\text{Vì } y > 0 \Rightarrow 1004 - \frac{1003x}{2} > 0 \Rightarrow x < \frac{2008}{1003}$$

$$\text{Suy ra } 0 < x < \frac{2008}{1003} \text{ và } x \text{ nguyên} \Rightarrow x \in \{1; 2\}$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow y = 1004 - \frac{1003}{2} \notin \mathbb{Z} \text{ nên } x = 1 \text{ loại.}$$

$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow y = 1004 - \frac{1003 \cdot 2}{2} = 1 \in \mathbb{Z}^+ \text{ nên } x = 2 \text{ thỏa mãn.}$$

Vậy x ; y nguyên dương phải tìm là  $x = 2 ; y = 1$ .

- **Cách 2 :**

Vì x ; y là các số dương thỏa mãn  $1003x + 2y = 2008 \Rightarrow 1003x < 2008$

$$\Rightarrow x < \frac{2008}{1003} < 3. \text{ Do } x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x \in \{1; 2\}$$

Với  $x = 1 \Rightarrow 2y = 2008 - 1003 = 1005 \Rightarrow y = \frac{1005}{2} \notin \mathbb{Z}^+$  nên  $x = 1$  loại.

Với  $x = 2 \Rightarrow 2y = 2008 - 2006 = 2 \Rightarrow y = 1 \in \mathbb{Z}^+$  nên  $x = 2$  thỏa mãn.

Vậy  $x, y$  nguyên dương phải tìm là  $x = 2; y = 1$ .

-----

SỞ GD & ĐT QUẢNG NGÃI

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC: 2008 – 2009.

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi : 26/ 06/2008.

**Bài 1 :** (2 điểm)

Cho Parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng (d) có phương trình  $y = 4mx + 10$ .

a/ Chứng minh rằng với mọi  $m$ , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b/ Giả sử (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2$  khi  $m$  thay đổi.

**Bài 2 :** (2 điểm)

a/ Giải phương trình :

$$\sqrt{x + 15 + 8\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 3 + 4\sqrt{x - 1}} = 6$$

b/ Chứng minh rằng : Với mọi  $a; b$  không âm ta có

$$a^3 + b^3 \geq 2ab\sqrt{ab}.$$

Khi nào xảy ra dấu đẳng thức?

**Bài 3 : (2 điểm)**

Một phòng họp có 360 ghế ngồi, được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngồi bằng nhau. Nhưng do số người đến dự họp là 400 nên đã phải kê thêm mỗi hàng một ghế ngồi và thêm một hàng như thế nữa mới đủ chỗ. Tính xem lúc đầu ở trong phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng có bao nhiêu ghế ngồi.

**Bài 4 : (3 điểm)**

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O ; R). Gọi H là giao điểm hai đường cao BD và CE của tam giác ABC.

a/ Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn này.

b/ Vẽ đường kính AK của đường tròn (O ; R). Chứng minh ba điểm H , I , K thẳng hàng.

c/ Giả sử  $BC = \frac{3}{4} AK$ . Tính tổng  $AE.CK + AC.BK$  theo R.

**Bài 5 : (1 điểm)**

Cho  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ , Tìm tất cả giá trị x nguyên để y có giá trị nguyên.

----- HẾT -----

**Ghi chú:**

***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

Giám thị 1: .....

Giám thị 2: .....

**GỢI Ý GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH  
LỚP 10 MÔN TOÁN. QUẢNG NGÃI**

*Ngày thi 26-6-2008*

**Bài 1:**

a/ Hoành độ giao điểm của Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = 4mx + 10$  là nghiệm số của phương trình:  $x^2 = 4mx + 10 \Leftrightarrow x^2 - 4mx - 10 = 0$  (1)

Phương trình (1) có  $\Delta' = 4m^2 + 10 > 0$  nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Do đó Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = 4mx + 10$  luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b/ Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1), ta có  $x_1 + x_2 = 4m$  ;  $x_1.x_2 = -10$

$F = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] + x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 16m^2 + 10 \geq 10$

Dấu “ = ” xảy ra khi và chỉ khi  $16m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$ .

Vậy GTNN của F = 10 khi m = 0.

**Bài 2:**

a/ Giải phương trình:  $\sqrt{x+15} + 8\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} + 4\sqrt{x-1} = 6$  Điều kiện  $x \geq 1$   
 $\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-1} \cdot 4 + 16 + \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-1} \cdot 2 + 4 = 6$   
 $\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x-1} + 4)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1} + 2)^2} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} + 4 + \sqrt{x-1} + 2 = 6$   
 $\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1} + 6 = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$  (thỏa mãn điều kiện)  
 Vậy nghiệm của phương trình là  $x = 1$ .

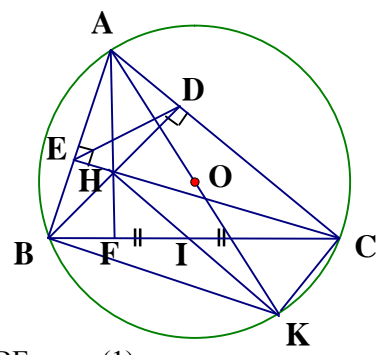
b/ Với  $a, b \geq 0$  ta có:  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab}$   
 Ta có  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab) = (a+b) \cdot [(a+b)^2 - 3ab] \geq 2\sqrt{ab} [(2\sqrt{ab})^2 - 3ab]$   
 $\Rightarrow a^3 + b^3 \geq 2\sqrt{ab} (4ab - 3ab) = 2\sqrt{ab} \cdot ab = 2ab\sqrt{ab}$   
 Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $a = b$ .  
 Vậy với mọi  $a, b$  không âm ta có  $a^3 + b^3 \geq 2ab\sqrt{ab}$ .

**Bài 3:**

Gọi  $x$  (hàng) là số hàng ghế ban đầu trong phòng họp ( $x$  nguyên, dương)  
 Do đó  $\frac{360}{x}$  (ghế) là số ghế ban đầu của mỗi hàng.  
 $x + 1$  (hàng) là số hàng ghế lúc dự họp trong phòng họp  
 Do đó  $\frac{400}{x+1}$  (ghế) là số ghế lúc dự họp của mỗi hàng  
 Khi dự họp mỗi hàng kê thêm một ghế ngồi, ta có phương trình:  
 $\frac{400}{x+1} - \frac{360}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 39x + 360 = 0$ .  
 Giải phương trình được  $x_1 = 24$ ;  $x_2 = 15$ . Cả hai giá trị của  $x$  đều thỏa mãn điều kiện.  
 Vậy ban đầu trong phòng họp có 24 hàng ghế, mỗi hàng có 15 ghế ngồi.  
 Hoặc ban đầu trong phòng họp có 15 hàng ghế, mỗi hàng có 24 ghế ngồi.

**Bài 4:**

a/ Ta có  $BD$  và  $CE$  là hai đường cao của  $\Delta ABC$   
 Nên  $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$   
 Suy ra  $BCDE$  nội tiếp đường tròn.  
 b/ Ta có  $BH \parallel CK$  (cùng vuông góc với  $AC$ ).  
 Và  $CH \parallel BK$  (cùng vuông góc với  $AB$ ).  
 Nên  $BHCK$  là hình bình hành.  
 Do đó hai đường chéo  $BC$  và  $HK$  giao nhau tại trung điểm của mỗi đường.  
 Mà  $I$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow I$  cũng là trung điểm của  $HK$ . Nên  $H, I, K$  thẳng hàng.  
 c/ Gọi  $F$  là giao điểm của  $AH$  và  $BC$ .



Ta có  $\Delta ABF \sim \Delta AKC$  (g.g)  $\Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{BF}{KC} \Rightarrow AB \cdot KC = AK \cdot BF$  (1)

Và  $\Delta ACF \sim \Delta AKB$  (g.g)  $\Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{CF}{KB} \Rightarrow AC \cdot KB = AK \cdot CF$  (2)

Cộng (1) và (2) theo vế ta có:  $AB \cdot KC + AC \cdot KB = AK \cdot BF + AK \cdot CF = AK \cdot (BF + CF) = AK \cdot BC$

Mà  $BC = \frac{3}{4} AK \Rightarrow AB \cdot KC + AC \cdot KB = AK \cdot \frac{3}{4} AK = \frac{3}{4} AK^2 = \frac{3}{4} \cdot (2R)^2 = 3R^2$

**Bài 5:**

Với  $x \neq -1$  ta có  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} = x - 2 + \frac{1}{x + 1}$ .

Với  $x \in \mathbb{Z}$  thì  $x + 2 \in \mathbb{Z}$ . Để  $y \in \mathbb{Z}$  thì  $\frac{1}{x+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+1 \in \{-1; 1\}$

- $x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2$  (thỏa mãn điều kiện).
  - $x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0$  (thỏa mãn điều kiện).
- Vậy  $y$  có giá trị nguyên khi  $x = -2; x = 0$ .
- 

**ĐỀ THI TS VÀO 10 TỈNH HẢI DƯƠNG**  
**Năm học : 2008 – 2009**  
**Khoá thi ngày 26/6/2008 - Thời gian 120 phút.**

**Câu I:** (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau:



a)  $\sqrt{5}.x - \sqrt{45} = 0$

b)  $x(x + 2) - 5 = 0$

2) Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2}{2}$

a) Tính  $f(-1)$

b) Điểm  $M(\sqrt{2}; 1)$  có nằm trên đồ thị hàm số không? Vì sao?

**Câu II:** (2 điểm)

1) Rút gọn biểu thức

$$P = \left(1 - \frac{4}{a}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2}\right) \text{ với } a > 0 \text{ và } a \neq 4.$$

**Câu III:** (1 điểm)

Tổng số công nhân của hai đội sản xuất là 125 người. Sau khi điều 13 người từ đội thứ nhất sang đội thứ hai thì số công nhân của đội thứ nhất bằng  $\frac{2}{3}$  số công nhân của đội thứ hai. Tính số công nhân của mỗi đội lúc đầu.

**Câu IV:** (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O. Lấy điểm A ở ngoài đường tròn (O), đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại 2 điểm B, C ( $AB < AC$ ). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt D, E ( $AD < AE$ ). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F.

1) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp.

2) Gọi M là giao điểm thứ hai của đường thẳng FB với đường tròn (O). Chứng minh  $DM \perp AC$ .

3) Chứng minh  $CE.CF + AD.AE = AC^2$ .

**Câu V:** (1 điểm)

Cho biểu thức :

$$B = (4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2)^2 + 2008.$$

Tính giá trị của B khi  $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh.....

Giám thị số 1 (họ tên và kí):.....

Giám thị số 2 (họ tên và kí):.....

**Giải**

**Câu I:**

1) a)  $\sqrt{5}.x - \sqrt{45} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{5}.x = \sqrt{45} \Leftrightarrow x = \sqrt{45} : \sqrt{5} \Leftrightarrow x = 3.$

$$b) x(x+2) - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 5 = 6 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{6}. \text{ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: } x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{6}.$$

$$2) a) \text{ Ta có } f(-1) = \frac{(-1)^2}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$b) \text{ Điểm } M(\sqrt{2}; 1) \text{ có nằm trên đồ thị hàm số } y = f(x) = \frac{x^2}{2}. \text{ Vì } f(\sqrt{2}) = \frac{(\sqrt{2})^2}{2} = 1.$$

**Câu II:**

$$1) \text{ Rút gọn: } P = \left(1 - \frac{4}{a}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2}\right) = \frac{a-4}{a} \cdot \frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}-2) - (\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}$$

$$= \frac{a-4}{a} \cdot \frac{(a-3\sqrt{a}+2) - (a+3\sqrt{a}+2)}{a-4} = \frac{-6\sqrt{a}}{a} = \frac{-6}{\sqrt{a}}.$$

$$2) \text{ ĐK: } \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Theo đề bài: } (1+x_1^2)(1+x_2^2) = 5 \Leftrightarrow 1 + (x_1x_2)^2 + x_1^2 + x_2^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 1 + (x_1x_2)^2 + (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5.$$

$$\text{Theo Vi-ét: } x_1 + x_2 = 2; x_1x_2 = -2m.$$

$$\Rightarrow 1 + 4m^2 + 4 + 4m = 5 \Leftrightarrow 4m^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow 4m(m+1) = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = -1.$$

Đối chiếu với ĐK  $m = -1$  (loại),  $m = 0$  (t/m).

Vậy  $m = 0$ .

**Câu III:**

Gọi số công nhân của đội thứ nhất là  $x$  (người). ĐK:  $x$  nguyên,  $125 > x > 13$ .

Số công nhân của đội thứ hai là  $125 - x$  (người).

Sau khi điều 13 người sang đội thứ hai thì số công nhân của đội thứ nhất còn lại là  $x - 13$  (người)

Đội thứ hai khi đó có số công nhân là  $125 - x + 13 = 138 - x$  (người).

$$\text{Theo bài ra ta có phương trình: } x - 13 = \frac{2}{3}(138 - x)$$

$$\Leftrightarrow 3x - 39 = 276 - 2x \Leftrightarrow 5x = 315 \Leftrightarrow x = 63 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy đội thứ nhất có 63 người.

Đội thứ hai có  $125 - 63 = 62$  (người).

**Câu V:**

$$\text{Ta có } x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}.$$

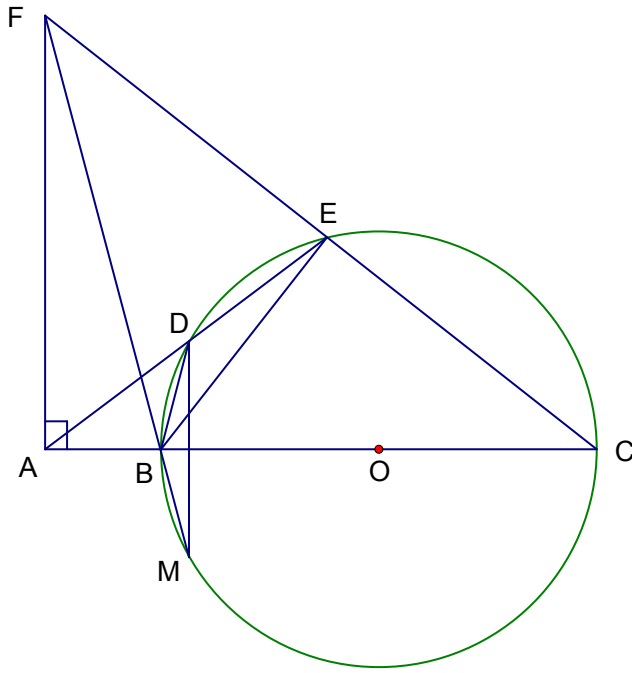
$$\Rightarrow x^2 = \frac{3-2\sqrt{2}}{4}; x^3 = x \cdot x^2 = \frac{5\sqrt{2}-7}{8}; x^4 = (x^2)^2 = \frac{17-12\sqrt{2}}{16}; x^5 = x \cdot x^4 = \frac{29\sqrt{2}-41}{32}.$$

$$\text{Xét } 4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 4 \cdot \frac{29\sqrt{2}-41}{32} + 4 \cdot \frac{17-12\sqrt{2}}{16} - 5 \cdot \frac{5\sqrt{2}-7}{8} + 5 \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{2} - 2$$

$$= \frac{29\sqrt{2}-41+34-24\sqrt{2}-25\sqrt{2}+35+20\sqrt{2}-20-16}{8} = -1.$$

$$\text{Vậy } B = (4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2)^2 + 2008 = (-1)^2 + 2008 = 1 + 2008 = 2009$$

**Câu IV:**



1) Ta có  $\widehat{FAB} = 90^\circ$  (Vi  $FA \perp AB$ ).

$\widehat{BEC} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))  $\Rightarrow \widehat{BEF} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{FAB} + \widehat{FEB} = 180^\circ$ .

Vậy tứ giác ABEF nội tiếp (vì có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ ).

2) Vì tứ giác ABEF nội tiếp nên  $\widehat{AFB} = \widehat{AEB} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{AB}$ . Trong đường tròn

(O) ta có  $\widehat{AEB} = \widehat{BMD} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{BD}$ .

Do đó  $\widehat{AFB} = \widehat{BMD}$ . Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên  $AF \parallel DM$ . Mặt khác  $AF \perp AC$  nên  $DM \perp AC$ .

3) Xét hai tam giác ACF và ECB có góc C chung,  $\widehat{A} = \widehat{E} = 90^\circ$ . Do đó hai tam giác ACF và ECB đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{AC}{CF} = \frac{EC}{CB} \Rightarrow CE.CF = AC.CB \quad (1).$$

Tương tự  $\Delta ABD$  và  $\Delta AEC$  đồng dạng (vì có  $\widehat{BAD}$  chung,  $\widehat{C} = \widehat{ADB} = 180^\circ - \widehat{BDE}$ ).

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AD.AE = AC.AB \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow AD.AE + CE.CF = AC.AB + AC.CB = AC(AB + CB) = AC^2.$$

Đề thi vào 10 THPT chuyên ngoại ngữ (ĐHNN)

( NĂM HỌC 2008-2009)

**Ôn 1:** (2 điểm) cho biểu thức

$$P = \left[ \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}} \right] \cdot \frac{\sqrt{x^3y}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$$

Chung minh P luôn nhận giá trị nguyên với mọi x,y thoả mãn điều kiện  $x > 0, y > 0, \text{ và } x \neq y$

**Ôn 2:** (3 điểm )

1) Giải PT:  $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+2} = 1 + \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}$

2) Tìm x,y là các số nguyên thoả mãn đẳng thức  $x^2 - xy - y + 2 = 0$

**Ôn 3 :** (3 điểm ) .

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và C là điểm chính giữa của cung AB. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng đi qua hai điểm A và K cắt (O) tại điểm M (  $M \neq A$  ) . Kẻ CH vuông góc với AM tại H . Đường thẳng OH cắt đường thẳng BC tại N , đường thẳng MN cắt (O) tại D (  $D \neq M$  ) .

1) CM : Tứ giác BHCM là hình bình hành.

2) CM:  $\Delta OHC$  và  $\Delta OHM$  bằng nhau .

3) CM : 3 điểm B,H,D thẳng hàng

**Ôn 4:** ( 1 điểm ) .

Tìm tất cả các nghiệm nhỏ hơn -1 của PT

$$x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} = 8$$

**Ôn 5 :** (1 điểm )

Cho a,b là các số không âm thoả mãn  $a^2 + b^2 \leq 2 >$  Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = a\sqrt{3b(a+2b)} + b\sqrt{3a(b+2a)}$$

HẾT

SỞ GD-ĐT LONG AN  
Môn thi: Toán

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2007-2008

Ngày thi: 27/6/2007

Thời gian làm bài: 30 phút (không kể phát đề)

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**PHẦN THI TRẮC NGHIỆM:**

- Hai đường thẳng:  $y = (2 - m^2)x + m - 5$  và  $y = mx - 3m - 7$  song song với nhau khi giá trị của m là:  
a/ 1 b/ 2 c/ -2 d/ -1
- Phương trình bậc hai  $3x^2 - 4x + m$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thoả  $x_1 = 3x_2$  thì giá trị của m là:  
a/ m = 3 b/ m = 4 c/ m = 1 d/ m = 2

3. Phương trình  $\frac{x+1}{2007} + \frac{x+2}{2006} = \frac{x+3}{2005} + \frac{x+4}{2004}$  có nghiệm là:  
 a/  $x = -2007$       b/  $x = 2007$       c/  $x = -2008$       d/  $x = 2008$
4. Cho hàm số  $y = ax^2$ , có điểm E(2;-2) thuộc đồ thị hàm số. Điểm nào sau đây là điểm thuộc đồ thị hàm số trên?  
 a/ A(1;  $-\frac{1}{2}$ )      b/ B(1;  $\frac{1}{2}$ )      c/ C( $-\frac{1}{2}$ ; 1)      d/ D( $\frac{1}{2}$ ; 1)
5. Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm A(1;-1), B(2;1) thì giá trị của a và b là:  
 a/  $a = -2$ ;  $b = 3$       b/  $a = -2$ ;  $b = -3$       c/  $a = 2$ ;  $b = 3$       d/  $a = 2$ ;  $b = -3$
6. Phương trình bậc hai  $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$  có hai nghiệm là:  
 a/  $-\sqrt{2}$ ; -1      b/  $\sqrt{2}$ ; 1      c/  $-\sqrt{2}$ ; 1      d/  $\sqrt{2}$ ; -1
7. Giá trị của biểu thức  $\frac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$  bằng:  
 a/ 4      b/ -4      c/  $2 - \sqrt{3}$       d/  $2 + \sqrt{3}$
8. Hệ phương trình  $\begin{cases} x\sqrt{2007} - y = 1 \\ x + y = \sqrt{2007} \end{cases}$  có nghiệm duy nhất là:  
 a/  $(1; \sqrt{2007} - 1)$       b/  $(\sqrt{2007} - 1; 1)$       c/  $(\sqrt{2007}; 1)$       d/  $(1; \sqrt{2007})$
9. Cho hàm số  $y = (1 + \sqrt{2007})x + 2008$ , khi x bằng  $x = 1 - \sqrt{2007}$  thì giá trị của y là:  
 a/ 2      b/ -2      c/  $-2\sqrt{2007}$       d/  $2\sqrt{2007}$
10.  $\sqrt{2006 - 2007x}$  xác định khi  
 a/  $x \geq \frac{2007}{2006}$       b/  $x \leq \frac{2007}{2006}$       c/  $x \leq \frac{2006}{2007}$       d/  $x \geq \frac{2006}{2007}$
11. Cho đường tròn (O; 5 cm), dây AB = 8 cm. Gọi OH là khoảng cách từ tâm O đến dây AB. Độ dài đoạn thẳng OH là:  
 a/ 4 cm      b/ 3 cm      c/ 1 cm      d/ 2 cm
12. Cho đường thẳng a và một điểm O cách a là 4 cm. Vẽ đường tròn tâm O bán kính 5 cm. Số điểm chung của đường thẳng a và đường tròn (O) là:  
 a/ 1      b/ 3      c/ 0      d/ 2
13. Một hình thang ABCD (AB // CD) có  $\hat{B} = 2\hat{C}$  thì số đo của  $\hat{B}$  là:  
 a/  $80^\circ$       b/  $100^\circ$       c/  $120^\circ$       d/  $60^\circ$
14. Cho tam giác ABC vuông tại A có  $AB = \sqrt{3}AC$ . Ta có  $\sin \hat{B}$  bằng:  
 a/  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       b/  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       c/  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       d/  $\frac{1}{2}$
15. Tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp và  $\hat{A} = 80^\circ$ . Số đo của  $\hat{C}$  bằng:  
 a/  $80^\circ$       b/  $60^\circ$       c/  $120^\circ$       d/  $100^\circ$
16. Biết O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và AB=BC=AC. Số đo của góc AOB bằng:  
 a/  $90^\circ$       b/  $120^\circ$       c/  $60^\circ$       d/  $30^\circ$
17. Một hình trụ có bán kính đáy 2 cm, chiều cao 6 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là:  
 a/  $24\pi \text{ cm}^2$       b/  $96\pi \text{ cm}^2$       c/  $12\pi \text{ cm}^2$       d/  $48\pi \text{ cm}^2$
18. Biết điểm A thuộc đường tròn đường kính BC. Khi đó số đo của góc BAC bằng:  
 a/  $90^\circ$       b/  $30^\circ$       c/  $180^\circ$       d/  $60^\circ$
19. Biết độ dài đường tròn là  $12\pi$  cm. Vậy diện tích hình tròn đó bằng:  
 a/  $36\pi^2 \text{ cm}^2$       b/  $24\pi \text{ cm}^2$       c/  $144\pi \text{ cm}^2$       d/  $36\pi \text{ cm}^2$
20. Các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?  
 a/ Trong một đường tròn, hai dây bằng nhau thì cách đều tâm  
 b/ Trong một đường tròn, dây nào nhỏ hơn thì dây đó gần tâm hơn.  
 c/ Trong một đường tròn, dây nào gần tâm hơn thì dây đó nhỏ hơn.  
 d/ Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây thì vuông góc với dây ấy

Câu 1: (1,5 điểm)

Cho biểu thức  $A = \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1}\right)$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

a/ Rút gọn biểu thức A.

b/ Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 4 + 2\sqrt{3}$

c/ Tìm giá trị của x để  $A > 1$

Câu 2: (1,5 điểm)

Cho hai hàm số:  $y = x^2$  và  $y = -x + 2$

a/ Vẽ đồ thị các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ .

b/ Tìm tọa độ giao điểm của các đồ thị đó.

Câu 3: (1 điểm)

Cho phương trình bậc hai  $x^2 + (m-2)x - (m^2+1) = 0$

a/ Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn luôn có 2 nghiệm với mọi  $m$ .

b/ Xác định m để hai nghiệm của phương trình đã cho thỏa hệ thức  $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Câu 4: (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính  $AB = 4$  cm. Lấy điểm C trên đường thẳng AB sao cho B là trung điểm của đoạn thẳng OC. Kẻ các tiếp tuyến CD, CE của đường tròn (O) tại M và N.

a/ chứng minh tứ giác CDOE là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác này.

b/ chứng minh tam giác CDE là tam giác đều.

c/ Chứng minh  $CD^2 = CM \cdot CN$ .

d/ Tính độ dài cung DOE và diện tích hình tròn ngoại tiếp tứ giác.

THE END.

Ngày thi : 26/6/ 2008

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN TOÁN - ĐỀ CHUNG

( Thời gian làm bài: 120phút, không kể thời gian giao đề)

**Bài 1 ( 2,0 điểm)** Các câu dưới đây, sau mỗi câu có nêu 4 phương án trả lời ( A,B,C,D) trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Hãy viết vào bài làm của mình phương án mà em cho là đúng ( chỉ cần viết chữ cái ứng với phương án trả lời đó ).

**Câu 1:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 2 đường thẳng  $d_1: y = 2x + 1$  và  $d_2: y = x - 1$ . Hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm có tọa độ là:

- A. (-2;-3)                      B. (-3;-2)                      C. (0;1)                      D. (2;1)

**Câu 2:** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến khi  $x < 0$  ?

- A.  $y = -2x$                       B.  $y = -x + 10$                       C.  $y = \sqrt{3} x^2$                       D.  $y = (\sqrt{3} - 2)x^2$

**Câu 3:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các đồ thị của hàm số  $y = 2x + 3$  và hàm số  $y = x^2$ . Các đồ thị đã cho cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là:

- A. 1 và -3                      B. -1 và -3                      C. 1 và 3                      D. -1 và 3

**Câu 4:** Trong các phương trình sau đây, phương trình nào có tổng 2 nghiệm bằng 5?

- A.  $x^2 - 5x + 25 = 0$                       B.  $2x^2 - 10x - \sqrt{2} = 0$                       C.  $x^2 - 5 = 0$                       D.  $2x^2 + 10x + 1 = 0$

**Câu 5:** Trong các phương trình sau đây, phương trình nào có hai nghiệm âm?

- A.  $x^2 + 2x + 3 = 0$                       B.  $x^2 + \sqrt{2}x - 1 = 0$                       C.  $x^2 + 3x + 1 = 0$                       D.  $x^2 + 5 = 0$

**Câu 6:** Cho hai đường tròn (O;R) và (O';R') có  $OO' = 4\text{cm}$ ;  $R = 7\text{cm}$ ;  $R' = 3\text{cm}$ . Hai đường tròn đã cho:

- A. Cắt nhau                      B. Tiếp xúc trong                      C. Ở ngoài nhau                      D. Tiếp xúc ngoài

**Câu 7:** Cho tam giác ABC vuông ở A có  $AB = 4\text{cm}$ ;  $AC = 3\text{cm}$ . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính bằng:

- A. 5cm                      B. 2cm                      C. 2,5cm                      D.  $\sqrt{5}$  cm

**Câu 8:** Một hình trụ có bán kính đáy là 3cm, chiều cao là 5cm. Khi đó, diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:

- A.  $30\text{cm}^2$                       B.  $30\pi \text{cm}^2$                       C.  $45\pi \text{cm}^2$                       D.  $15\pi \text{cm}^2$

**Bài 2 ( 1,5 điểm)**

Cho biểu thức  $P = \left( 1 - \frac{x}{x - \sqrt{x+1}} \right) : \frac{x + 2\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1}}$  với  $x \geq 0$

1. Rút gọn P
2. Tìm x để  $P < 0$ .

**Bài 3 ( 2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 + 2mx + m - 1 = 0$

1. Giải phương trình khi  $m = 2$
2. Chứng minh: phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, với mọi m. Hãy xác định m để phương trình có nghiệm dương.

**Bài 4 ( 3,0 điểm)**

Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB; điểm I nằm giữa hai điểm A và O. Kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại I, đường thẳng này cắt đường tròn (O;R) tại M và N. Gọi S là giao điểm của 2 đường thẳng BM và AN. Qua S kẻ đường thẳng song song với MN, đường thẳng này cắt các đường thẳng AB và AM lần lượt tại K và H. Hãy chứng minh:

1. Tứ giác SKAM là tứ giác nội tiếp và  $HS.HK = HA.HM$
2. KM là tiếp tuyến của đường tròn (O;R).
3. Ba điểm H, N, B thẳng hàng.

**Bài 5 ( 1,5 điểm)**

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{xy-6} = 12 - y^2 \\ xy = 3 + x^2 \end{cases}$$

2. Giải phương trình  $\sqrt{x+3} . x^4 = 2x^4 - 2008x + 2008$ .

Hết



ĐỀ CHÍNH THỨC**MÔN THI: TOÁN**

Thời gian làm bài 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 25/06/2008

**Bài 1:** (2 điểm)

1) Giải phương trình: 
$$\frac{x}{x^2 + x + 1} + \frac{2x}{x^2 + 2x + 1} = \frac{8}{15}$$

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 3\sqrt{4y-3} \\ 2y\sqrt{x} + x\sqrt{y} = 3\sqrt{4x-3} \end{cases}$$

**Bài 2:** (2 điểm)1) Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 20$  và  $ab + bc + ca \leq 8$ .Chứng minh rằng:  $0 < a + b + c \leq 6$ 2) Cho số nguyên dương  $n$ . Chứng minh rằng nếu  $A = 2 + 2\sqrt{28n^2 + 1}$  là số nguyên thì  $A$  là số chính phương.**Bài 3:** (2 điểm)1) Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa điều kiện:  $x + y + 2z = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = 2x^2 + 2y^2 - z^2$ 2) Cho phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có hai nghiệm số là  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn  $ax_1 + bx_2 + c = 0$ .Tính giá trị của biểu thức:  $A = a^2c + ac^2 + b^3 - 3abc + 3$ **Bài 4:** (4 điểm)Cho hai đường tròn  $(O_1; R_1)$  và  $(O_2; R_2)$  với  $R_1 > R_2$  cắt nhau tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho số đo góc  $O_1AO_2$  lớn hơn  $90^\circ$ . Tiếp tuyến của đường tròn  $(O_1)$  tại  $A$  cắt đường tròn  $(O_2)$  tại  $C$  khác  $A$ , tiếp tuyến của đường tròn  $(O_2)$  tại  $A$  cắt đường tròn  $(O_1)$  tại  $D$  khác  $A$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ .

1) Chứng minh: 
$$\frac{BA}{BD} = \frac{BC}{BA} = \frac{AC}{AD}$$

2) Gọi  $H, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, CD$ . Chứng minh tam giác  $AHN$  đồng dạng với tam giác  $ABC$ .3) Tính tỉ số  $\frac{MC}{MD}$  theo  $R_1$  và  $R_2$ .4) Từ  $C$  kẻ tiếp tuyến  $CE$  với đường tròn  $(O_1)$  ( $E$  là tiếp điểm,  $E$  khác  $A$ ). Đường thẳng  $CO_1$  cắt đường tròn  $(O_1)$  tại  $F$  ( $O_1$  nằm giữa  $C$  và  $F$ ). Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên đường thẳng  $EF$  và  $J$  là trung điểm của  $AI$ . Tia  $FJ$  cắt đường tròn  $(O_1)$  tại  $K$ . Chứng minh đường thẳng  $CO_1$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AKC$ .

5)

**Đề thi : vào lớp 10 chuyên lương văn tụy.**

Mã ký hiệu:  
Đ01T- 08 - TS10CT

Năm học : 2008-2009  
Môn thi : Toán  
Thời gian làm bài :150 phút  
( **Đề này gồm 05 câu, 01 trang**)

**Bài 1:** Rút gọn biểu thức sau :

$$P = \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{2} - 6} + \frac{\sqrt{2x} - 6}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} + 3\sqrt{2} + 6}$$

**Bài 2:** Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$

b) 
$$\sqrt{1-x} + \sqrt{4+x} = 3$$

**Bài 3:** Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{3(1+\sqrt{2})} + \frac{1}{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \frac{1}{7(\sqrt{3}+\sqrt{4})} + \dots + \frac{1}{4015(\sqrt{2007}+\sqrt{2008})} < \frac{2007}{2009}$$

**Bài 4 :** BC là dây cung không là đường kính của đường tròn tâm O . Một điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tâm O luôn nằm trong tam giác ABC, các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh các tam giác AEF và ABC đồng dạng
- b) Gọi A' là trung điểm của BC, chứng minh AH = 2OA'
- c) Gọi A<sub>1</sub> là trung điểm của EF, chứng minh : R.AA<sub>1</sub> = AA'.OA'
- d) Chứng minh rằng R(EF + FD + DE) = 2S<sub>ABC</sub> từ đó tìm vị trí của A để tổng (EF + FD + DE) lớn nhất.

**Bài 5 :** Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2

Chứng minh rằng :  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2$

.....Hết.....

Mã ký hiệu:

HD01T- 08 - TS10CT

Hướng dẫn chấm

Đề thi : vào lớp 10 chuyên Lương văn tụy.

**Bài 1:** (2,5 điểm)

$$\text{Có : } A = \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{2} - 6} = \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{x}(\sqrt{2} + 2) - 3(\sqrt{2} + 2)} \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$A = \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{2}}{(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{x} - 3)} \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

Tương tự có:

$$B = \frac{\sqrt{2x} - 6}{\sqrt{2x} + 2\sqrt{x} + 3\sqrt{2} + 6} = \frac{\sqrt{2x} - 6}{(\sqrt{x} + 3)(2 + \sqrt{2})} \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

Từ đó  $\Rightarrow$  Tập xác định là  $x \geq 0$  và  $x \neq 9$  cho 0,25 điểm

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P = A+B &= \frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{2}}{(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{x} - 3)} + \frac{\sqrt{2x} - 6}{(\sqrt{x} + 3)(2 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{(2\sqrt{x} + 3\sqrt{2})(\sqrt{x} + 3) + (\sqrt{2x} - 6)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)(2 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{2x + 6\sqrt{x} + 3\sqrt{2x} + 9\sqrt{2} + x\sqrt{2} - 6\sqrt{x} - 3\sqrt{2x} + 18}{(x-9)(2 + \sqrt{2})} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{cho 0,5 điểm} \\ \text{Cho 0,25 điểm} \end{array}$$

$$= \frac{(x+9)(2 + \sqrt{2})}{(x-9)(2 + \sqrt{2})} = \frac{x+9}{x-9} \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

Vậy  $P = \frac{x+9}{x-9}$  Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 9$  Cho 0,25 điểm

**Bài 2** ( 4,5 điểm)

a, Từ hệ 
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow xy + x^2 = 4x^2 - 2y^2 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - xy - 2y^2 = 0 (*) \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

- Nếu  $y = 0$  ta được : 
$$\begin{cases} x^2 = \frac{1}{2} \\ x^2 = 2 \end{cases} \quad \text{hệ này vô nghiệm} \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

- Nếu  $y \neq 0$  ta có : (\*)  $\Leftrightarrow 3\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} - 2 = 0$  cho 0,25 điểm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = 1 \\ \frac{x}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{cho 0,5 điểm}$$

Vậy hệ đã cho tương đương với

$$\begin{cases} x = y \\ 2x^2 - y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y \\ 2x^2 - y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

Giải hệ đầu ta được  $(x; y) = (1; 1)$  hay  $(x; y) = (-1; -1)$

Hệ sau vô nghiệm

Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm là  $x = y = 1$  hoặc  $x = y = -1$

b) Điều kiện  $-4 \leq x \leq 1$

Phương trình tương đương với: (vì cả 2 vế đều không âm)

$$5 + 2\sqrt{4 - 3x - x^2} = 9 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4 - 3x - x^2} = 2 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3x - x^2 = 4 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow x(x + 3) = 0 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -3 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm  $x = 0$  hoặc  $x = -3$

**Bài 3:** (3 điểm)

Ta có với  $n \geq 1$  thì

$$\frac{2}{(2n+1)(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})} = \frac{2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}{\sqrt{4n^2 + 4n + 1}} \quad \text{cho 0,5 điểm}$$

$$< \frac{2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}{2\sqrt{n(n+1)}} = \frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \quad \text{cho 0,5 điểm}$$

Từ đó ta có:

$$S_n = \frac{1}{3(1 + \sqrt{2})} + \frac{1}{5(\sqrt{2} + \sqrt{3})} + \dots + \frac{2}{(2n+1)(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})}$$

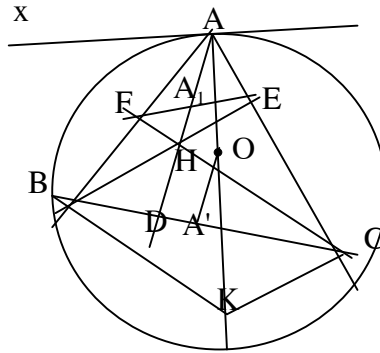
$$< 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{4n+4}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{n^2 + 4n + 4}}\right) \quad \text{cho 0,75 điểm}$$

$$= 1 - \frac{2}{n+2} = \frac{n}{n+2} \quad \text{cho 0,5 điểm}$$

$$\text{Vậy } S_n < \frac{n}{n+2} \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

Áp dụng cho  $n = 2007$  ta có  $S_{2007} < \frac{2007}{2009}$  là điều phải chứng minh (0,5 điểm)

**Bài 4** : Hình vẽ đúng cho 0,25 điểm



a) Chứng minh  $\triangle AEF$  đồng dạng  $\triangle ABC$ .

Có E, F cùng nhìn BC dưới một góc vuông nên E, F cùng thuộc đường tròn đường kính BC  
Cho 0,25 điểm

$\Rightarrow$  góc AFE = góc ACB (cùng bù góc BFE)

cho 0,25 điểm

$\Rightarrow \triangle AEF$  đồng dạng  $\triangle ABC$  (g.g)

cho 0,25 điểm

b) Vẽ đường kính AK

Có  $BE \perp AC$  (gt)

$KC \perp AC$  (Vì góc  $ACK = 90^\circ$ )

cho 0,25 điểm

$\Rightarrow BE \parallel KC$

cho 0,25 điểm

Tương tự  $CH \parallel BK$

cho 0,25 điểm

Do đó tứ giác BHCK là hình bình hành

cho 0,25 điểm

HK là đường chéo nên đi qua trung điểm  $A'$  của đường chéo BC.  $\Rightarrow H, A', K$  thẳng hàng.

cho 0,25 điểm

Xét tam giác AHK có  $A'H = A'K$

$OA = OK$

cho 0,25 điểm

Nên  $OA'$  là đường trung bình

$\Rightarrow AH = 2 A'O$

cho 0,25 điểm

c, Áp dụng tính chất: nếu 2 tam giác đồng dạng thì tỉ số giữa 2 trung tuyến tương ứng, tỉ số giữa 2 bán kính các đường tròn ngoại tiếp bằng tỉ số đồng dạng nên ta có:

cho 0,25 điểm

$$\triangle AEF \text{ đồng dạng } \triangle ABC \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{AA'}{AA_1}$$

cho 0,25 điểm

Trong đó R là bán kính của đường tròn tâm O

$R'$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\triangle AEF$

cho 0,25 điểm

cũng là đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHF

cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow R \cdot AA_1 = R' \cdot AA' = \frac{AH}{2} \cdot AA'$$

cho 0,5 điểm

$$= AA' \cdot \frac{2OA'}{2} = AA' \cdot OA'$$

cho 0,25 điểm

Vậy  $R \cdot AA_1 = AA' \cdot OA'$

cho 0,25 điểm

d, Trước hết ta chứng minh  $OA \perp EF$

vẽ tiếp tuyến Ax của đường tròn tâm O

Ta có  $OA \perp Ax$

cho 0,25 điểm

Vì góc  $xAB =$  Góc BCA

mà góc BCA = góc EFA (cmt)

$\Rightarrow$  góc EFA = góc xAB

cho 0,25 điểm

$\Rightarrow EF \parallel Ax$

cho 0,25 điểm

$\Rightarrow OA \perp EF$

cho 0,25 điểm

Chứng minh tương tự có  $OB \perp DF$  và  $OC \perp ED$

Ta có  $S_{ABC} = S_{OAEF} + S_{OFBD} + S_{ODCE}$

$$= \frac{1}{2} OA \cdot EF + \frac{1}{2} OB \cdot FD + \frac{1}{2} OC \cdot DE \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$= \frac{1}{2} R( EF + FD + DE ) \quad (\text{vì } OA = OB = OC = R)$$

$$\Rightarrow R( EF + FD + DE ) = 2 S_{ABC} \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Rightarrow EF + FD + DE = \frac{2S_{ABC}}{R}$$

Nên  $EF + FD + DE$  lớn nhất  $\Leftrightarrow S_{ABC}$  lớn nhất cho 0,25 điểm

Lại có  $S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot h$  ( $h$  là đường vuông góc hạ từ  $A$  đến  $BC$ )  $\Rightarrow S_{ABC}$  lớn nhất  $\Leftrightarrow h$  lớn nhất  $\Leftrightarrow$

$\Delta ABC$  là tam giác cân  $\Leftrightarrow A$  là điểm chính giữa của cung  $AB$  lớn.

cho 0,25 điểm

**Bài 5:** (3 điểm)

Vì  $a, b, c$  là 3 cạnh của tam giác có chu vi là 2 nên ta có:  $0 < a; b, c < 1$   
(cho 0,25 điểm)

$$\Rightarrow a - 1 < 0; b - 1 < 0; c - 1 < 0 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Rightarrow (a - 1)(b - 1)(c - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow (ab - a - b + 1)(c - 1) < 0 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow abc - (ab + ac + bc) + (a + b + c) - 1 < 0 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow 2abc - 2(ab + ac + bc) + 2(a + b + c) < 2 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow 2abc - 2(ab + ac + bc) + 2 \cdot 2 < 2 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow 2abc - 2(ab + ac + bc) + (a + b + c)^2 < 2 \quad \text{cho 0,5 điểm}$$

$$\Leftrightarrow 2abc - 2(ab + ac + bc) + a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) < 2 \quad \text{(cho 0,25 điểm)}$$

$$\Leftrightarrow 2abc + a^2 + b^2 + c^2 < 2 \quad (\text{đpcm}) \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

**Chú ý:** đối với các bài nếu có cách giải khác mà làm đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Đối với bài hình học sinh có thể sử dụng nhiều hình vẽ khác nhau cho các ý và ở ý 4 có thể sử dụng công thức tính diện tích của tứ giác có 2 đường chéo vuông góc mà không cần chứng minh lại.

**Đề thi : vào lớp 10 chuyên Lương văn tụy**

Mã ký hiệu:  
Đ02T- 08 - TS10 CT

Năm học : 2008-2009  
Môn thi : Toán  
Thời gian làm bài :150 phút

**Bài 1:**

a, Chứng minh rằng nếu  $ab \geq 0$  thì ta luôn luôn có

$$\left| \frac{a+b}{2} + \sqrt{ab} \right| + \left| \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} \right| = |a| + |b|$$

b, Phân tích đa thức  $M = a^{10} + a^5 + 1$  thành nhân tử

**Bài 2:**

a, Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x+y)^2 \cdot y = 2 \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 1 \end{cases}$$

b, cho  $x, y > 0$  và  $x + y = 1$

Chứng minh  $8(x^4 + y^4) + \frac{1}{xy} \geq 5$

**Bài 3:** Cho đa thức  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

a) Chứng minh nếu  $f(x)$  nhận giá trị nguyên với mọi  $x$  thì 4 số  $6a; 2b; a + b + c; d$  đều là các số nguyên.

b, Đảo lại nếu cả 4 số  $6a; 2b; a + b + c; d$  đều là các số nguyên thì đa thức  $f(x)$  có nhận giá trị nguyên với bất kỳ giá trị nguyên nào của  $x$  không? tại sao?

**Bài 4:** Cho tam giác ABC vuông tại A, D là điểm trên cạnh huyền BC, E là điểm đối xứng với D qua AB, G là giao điểm của AB với DE, từ giao điểm H của AB với CE hạ HI vuông góc với BC tại I các tia CH, IG cắt nhau tại K. Chứng minh KC là tia phân giác của góc IKA.

**Bài 5:** Chứng minh rằng phương trình

$$x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + \frac{3}{4} = 0$$

Vô nghiệm trên tập hợp các số thực.

.....Hết.....

Mã ký hiệu:  
HD02T- 08 - TS10

Hướng dẫn chấm  
**Đề thi : vào lớp 10 chuyên Lương văn tụy**

**Bài 1:** (3 điểm)

a, Vì 2 vế đều không âm nên bình phương vế trái ta có:

$$\begin{aligned} & \left( \left| \frac{a+b}{2} + \sqrt{ab} \right| + \left| \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} \right| \right)^2 = \\ & = \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 + ab + (a+b)\sqrt{ab} + \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 + ab - (a+b)\sqrt{ab} + 2 \left| \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 - ab \right| \end{aligned}$$

Cho 0,25 điểm

$$= 2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + 2ab + 2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - 2ab \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$\left(\text{vì } \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab\right) \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$= 4\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = (a+b)^2 = (|a| + |b|)^2 \quad \text{Cho 0,5 điểm}$$

(vì  $ab \geq 0 \Rightarrow a, b$  cùng dấu)

$$\Rightarrow \left|\frac{a+b}{2} + \sqrt{ab}\right| + \left|\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}\right| = |a| + |b| \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

(Với  $ab \geq 0$ )

b, Ta có  $A = a^{10} + a^5 + 1$

$$= a^{10} - a + a^5 - a^2 + a^2 + a + 1$$

$$= a(a^3 - 1)(a^6 + a^3 + 1) + a^2(a^3 - 1) + a^2 + a + 1 \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$= a(a-1)(a^2 + a + 1)(a^6 + a^3 + 1) +$$

$$+ a^2(a-1)(a^2 + a + 1) + a^2 + a + 1 \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$= (a^2 + a + 1)[a(a-1)(a^6 + a^3 + 1) + a^2(a-1) + 1] \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$= (a^2 + a + 1)(a^8 - a^7 + a^5 - a^4 + a^3 - a + 1) \quad \text{Cho 0,5 điểm}$$

**Bài 2:** (5 điểm)

$$\text{a, Nếu } x = 0 \text{ thay vào ta có } \begin{cases} y^3 = 2 \\ y \cdot y^2 = 1 \end{cases} \text{ vô lý} \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

Vậy  $x \neq 0$  Đặt  $y = tx$  Cho 0,25 điểm

$$\text{Ta có } \begin{cases} (x+tx)^2 tx = 2 \\ (x+tx)(x^2 - tx^2 + t^2 x^2) = 1 \end{cases} \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$\Rightarrow \frac{(1+t)^2 \cdot t}{(1+t)(1-t+t^2)} = \frac{2}{1} \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

(vì  $t \neq -1$  hệ mới có nghiệm) Cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow \frac{(1+t)t}{1-t+t^2} = 2 \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$\Rightarrow t + t^2 = 2 - 2t + 2t^2 \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

\* Nếu  $t = 1 \Rightarrow y = x \Rightarrow 4x^3 = 2$



$$\Rightarrow x = y = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

Cho 0,25 điểm

\* nếu  $t = 2 \Rightarrow y = 2x$

$$\Rightarrow 18x^3 = 2$$

Cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt[3]{9}} \\ y = \frac{2}{\sqrt[3]{9}} \end{cases}$$

Tóm lại hệ có 2 nghiệm

$$x = y = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

Hoặc  $(x = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}; y = \frac{2}{\sqrt[3]{9}})$

Cho 0,25 điểm

b, Áp dụng bất đẳng thức

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \text{ Với mọi } a, b$$

Cho 0,25 điểm

ta có

$$\frac{x^4 + y^4}{2} \geq \left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)^2 \geq \left[\left(\frac{x+y}{2}\right)^2\right]^2$$

Cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow \frac{x^4 + y^4}{2} \geq \left(\frac{x+y}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

Cho 0,5 điểm

$$\Rightarrow 8(x^4 + y^4) \geq 1$$

Cho 0,25 điểm

lại có  $xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

Cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow \frac{1}{xy} \geq 4$$

Cho 0,25 điểm

$$\text{Vậy } 8(x^4 + y^4) + \frac{1}{xy} \geq 1 + 4 = 5$$

Cho 0,25 điểm

### **Bài 3: ( 4 điểm)**

a, Ta có  $f(0) = d$  là số nguyên

Cho 0,25 điểm

$$f(1) = a + b + c + d \text{ là số nguyên}$$

Cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow f(1) - f(0) = a + b + c \text{ cũng là số nguyên}$$

Cho 0,25 điểm

$$f(-1) = -a + b - c + d \text{ là số nguyên}$$

Cho 0,25 điểm

$$f(2) = 8a + 4b + 2c + d \text{ cũng là số nguyên}$$

Cho 0,25 điểm

$$\text{Vậy } f(1) + f(-1) = 2b + 2d \text{ là số nguyên}$$

Cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow 2b \text{ là số nguyên ( vì } 2d \text{ là số nguyên)}$$

Cho 0,25 điểm

$f(2) = 6a + 2(a + b + c) + 2b + d$  là số nguyên Cho 0,25 điểm

$$\text{Mà } \begin{cases} a + b + c \\ 2b \\ d \end{cases} \text{ là các số nguyên}$$

Nên  $6a$  là số nguyên Cho 0,25 điểm

Ta có điều phải chứng minh

b, Đảo lại:

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^3 + bx^2 + cx + d \\ &= (ax^3 - ax) + (bx^2 - bx) + ax + bx + cx + d && \text{Cho 0,25 điểm} \\ &= a(x-1)x(x+1) + bx(x-1) + (a+b+c)x + d && \text{Cho 0,25 điểm} \\ &= \frac{6a(x-1)x(x+1)}{6} + \frac{2bx(x-1)}{2} + (a+b+c)x + d && \text{Cho 0,25 điểm} \\ &= 6a \frac{(x-1)x(x+1)}{6} + 2b \frac{x(x-1)}{2} + (a+b+c)x + d && \text{Cho 0,25 điểm} \end{aligned}$$

Vì  $(x-1)x(x+1)$  là tích 3 số nguyên liên tiếp nên nó chia hết cho 6

$$\Rightarrow 6a \frac{(x-1)x(x+1)}{6} \text{ là số nguyên} \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

$x(x-1)$  là tích 2 số nguyên liên tiếp nên nó chia hết cho 2

$$\text{nên } 2b \frac{x(x-1)}{2} \text{ là số nguyên} \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

Và  $(a+b+c)x$  là số nguyên Cho 0,25 điểm

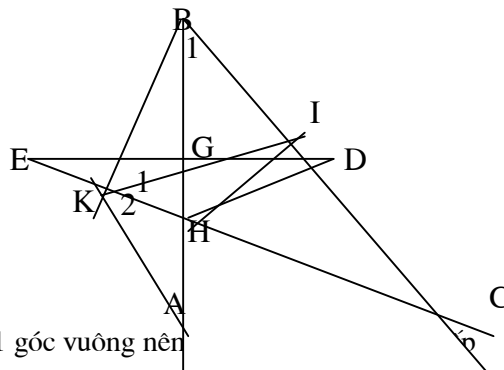
$d$  là số nguyên

$\Rightarrow f(x)$  nhận giá trị nguyên với mọi  $x$  nguyên khi  $4$  số  $6a; 2b; a+b+c; d$  là các số nguyên

Cho 0,25 điểm

#### **Bài 4: ( 6 điểm)**

(Vẽ hình đúng 0,5 điểm)



Ta có G và I cùng nhìn HD dưới 1 góc vuông nên

$\Rightarrow$  Góc GHD = góc GIB (cùng bù với góc GID) Cho 0,5 điểm  
 Hay góc GHD = góc KIB Cho 0,5 điểm  
 lại có góc GHD = góc GHK ( do E và I đối xứng qua AB) Cho 0,5 điểm  
 $\Rightarrow$  góc KIB = góc KHB ( cùng = góc GHD) Cho 0,25 điểm  
 Nên KHIB là tứ giác nội tiếp Cho 0,5 điểm  
 Vì góc HIB =  $90^0 \Rightarrow$  góc HKB =  $90^0$  Cho 0,5 điểm  
 Ta có góc  $B_1 =$  góc  $K_1$  (Do KHIB là tứ giác nội tiếp) Cho 0,5 điểm  
 Lại có K và A cùng nhìn BC dưới một góc vuông nên AKBC là tứ giác nội tiếp Cho 0,5 điểm  
 $\Rightarrow$  góc  $K_2 =$  góc  $B_1$  Cho 0,5 điểm  
 Từ đó ta có KC là phân giác của góc IKA Cho 0,5 điểm

**Chú ý khi học sinh vẽ hình có thể khác cũng cho điểm tương tự.**

**Bài 5: (2 điểm)**

\* Nếu  $x \leq 0$  thì vế phải nhận giá trị dương nên ở khoảng này phương trình vô nghiệm  
 Cho 0,5 điểm

\* Nếu  $0 < x < 1$

Ta có vế trái =  $x^6 - x^3 + \frac{1}{4} + x^4 - x^2 + \frac{1}{4} + x^2 - x + \frac{1}{4} + x^2 - x^5$  Cho 0,25 điểm

$$= \left(x^3 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + x^2(1 - x^3) \quad \text{Cho 0,25 điểm}$$

cũng luôn dương nên ở khoảng này phương trình vô nghiệm

\* Nếu  $x \geq 1$  ta có

Vế trái =  $x^5(x - 1) + x^3(x - 1) + x(x - 1) + \frac{3}{4}$  Cho 0,25 điểm

Cũng là số dương nên ở khoảng này phương trình vô nghiệm Cho 0,25 điểm

Tóm lại phương trình đã cho vô nghiệm trên tập hợp các số thực R

(Cho 0,25 điểm)

**Chú ý khi chấm: nếu học sinh làm các bài theo cách khác nhưng đúng vẫn cho điểm tối đa**